I－383　剛体３自由度振動系による曲線免震橋のモデル化

㈱熊谷組技術研究所　正会員　金子　誉
㈱熊谷組技術研究所　正会員　足立　喜隆

１．はじめに　道路橋の免震設計の初期検討は、通常免震橋梁を１自由度振動系により簡便にモデル化して行う[1]。これは、免震支承の変形に伴う上部構造の剛体並進モードが支配的であるという免震橋梁の応答特性に基づいたものである[2]。ところが、曲線橋の場合には並進運動とともに回転運動の影響を考慮する必要がある[3]。そこで、曲線橋に対応できるように上部構造の平面内における剛体運動を３自由度振動系でモデル化して基本振動特性を検討し、それを模型振動実験を行って確かめた。

２．剛体３自由度振動系モデル　曲線免震橋を図－１(a)のような免震支承と下部構造で弾性支持される剛体棒とみなせば、同図(b)のような１質点３自由度振動系に集約でき、質点の運動方程式は式(1)で表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{u}_g \tag{1}$$

ただし、

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix},\ \mathbf{K}=\begin{bmatrix} K_X & 0 & e_Y K_X \\ 0 & K_Y & -e_X K_Y \\ e_Y K_X & -e_X K_Y & K_\theta + e_Y^2 K_X + e_X^2 K_Y \end{bmatrix},\ \mathbf{u}=\begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix}$$

式(1)は、上部構造の重心と復元バネの剛性中心が偏心していることにより、質点の並進運動と回転運動が連成振動系を成すことを表している。

３．円弧曲線橋の基本振動特性　等断面等スパンの曲線半径R、円弧中心角αなる円弧曲線橋、弦方向に偏心がなく($e_X=0$)、かつ各支点の水平２方向の剛性が等しい場合($k_{Xi}=k_{Yi}$)には、振動モードは図－２に示すとおりで、各次のモードベクトルおよび刺激係数はそれぞれ式(2),(3)で与えられる。

$$\boldsymbol{\phi}_1=[\,1\ \ 0\ \ -1/(R+y_G)\,]^T,\ \boldsymbol{\phi}_2=[\,0\ 1\ 0\,]^T,\ \boldsymbol{\phi}_3=[\,1\ \ 0\ \ 1/(R-y_G)\,]^T \tag{2}$$

$$\left.\begin{array}{lll} \beta_{1X}=(R+y_G)/2R, & \beta_{2X}=0, & \beta_{3X}=(R-y_G)/2R \\ \beta_{1Y}=0, & \beta_{2Y}=1, & \beta_{3Y}=0 \end{array}\right\} \tag{3}$$

ただし、y_Gは上部構造重心のＹ座標を表し、$y_G=(2R/\alpha)\sin(\alpha/2)$ である。偏心がない場合の固有円振動数をω_0、剛性中心のＹ座標をy_Gとすれば、各モードの固有円振動数は式(4)となる。

$$\omega_1=\sqrt{(R+y_C)/(R+y_G)}\,\omega_0,\quad \omega_2=\omega_0,\quad \omega_3=\sqrt{(R-y_C)/(R-y_G)}\,\omega_0 \tag{4}$$

また、各モードの減衰定数はひずみエネルギー比例減衰により求めることができるが、一般に免震橋梁のこれら剛体モードのそれはほぼ一定とみなせる。モーダルアナリシス法によれば、各モードの１自由度振動系としての応答変位時刻歴q_{k0}が求まれば、系の応答変位時刻歴は式(5)で与えられる。

$$\mathbf{u} = \sum_{k=1}^{3} \boldsymbol{\phi}_k \beta_k q_{k0} \tag{5}$$

Ｘ軸方向地震に対するu-θ連成系について$\boldsymbol{\phi}_k\beta_k$をとれば、１次および３次モードの並進成分ｕは補完して１となる関係にあり、回転成分θは相殺して０となる関係にある。したがって、偏心に伴う影響は、モード間で固有振動数が異なる場合にq_{k0}の振幅、位相の相違として現れると考えられ、式(4)から支点剛性の分配方法が重要であるといえる。

４．模型振動実験　図－３(a)に示す剛な鋼製円弧棒を同図(b)のゴム支承で支持し、２径間の模型を作製し、振動台実験を行った。同図(c)は桁模型の水平軸回りの回転変位を拘束するための装置である。桁模型上５点でそれぞれ水平２方向の加速度を計測した。まず自由減衰振動実験を行ってモード毎の固有振動数を求め、１次および３次の固有振動数でＸ軸方向に正弦波加振を行った。表－１に自由振動実験から得られた固有振動数周期、表－２に正弦波加振実験で得られた桁上加速度から重心点の相対加速度に変換し、振動台上加速度に対する応答倍率と位相差として示す。これらは理論値と良く一致しており、剛体モデルの基本振動特性が確認できた。

５．まとめ　曲線免震橋梁は剛体３自由度振動系により簡便にモデル化できる。重心と剛性中心の偏心に伴い、並進成分と回転成分が連成し、その応答は固有振動数の変化の影響を大きく受けるものと考えられる。

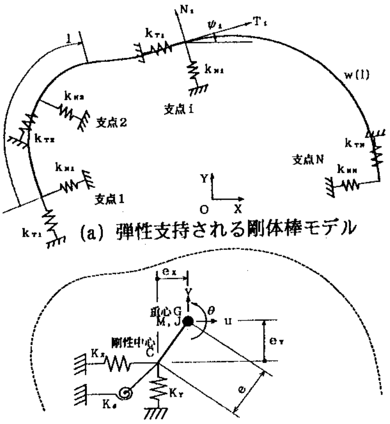
６．おわりに　本研究は、第１著者が筑波大学大学院修士課程社会人特別選抜学生として、同大学構造工学系 西岡隆教授の御指導の下に行ったものである。ここに感謝の意を表します。

参考文献

1)　建設省：道路橋の免震設計法マニュアル(案)，pp77-80，平成4年10月

2)　出羽、他：道路橋の免震設計における初期検討法，土木学会第47回年次学術講演会，平成4年9月

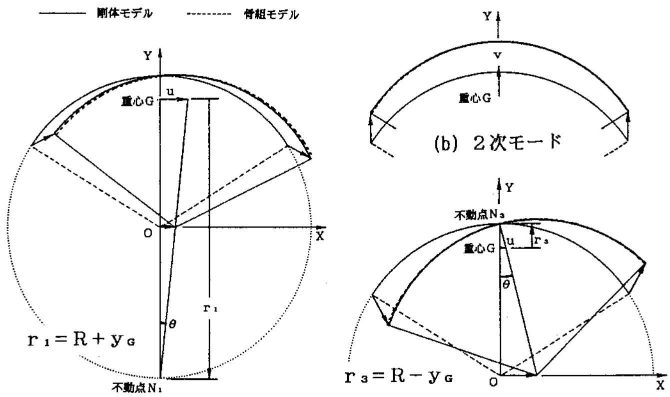
3)　金子、他：曲線免震連続桁橋の等価線形化手法による地震応答解析，土木学会第47回年次学術講演会



(a) 弾性支持される剛体棒モデル

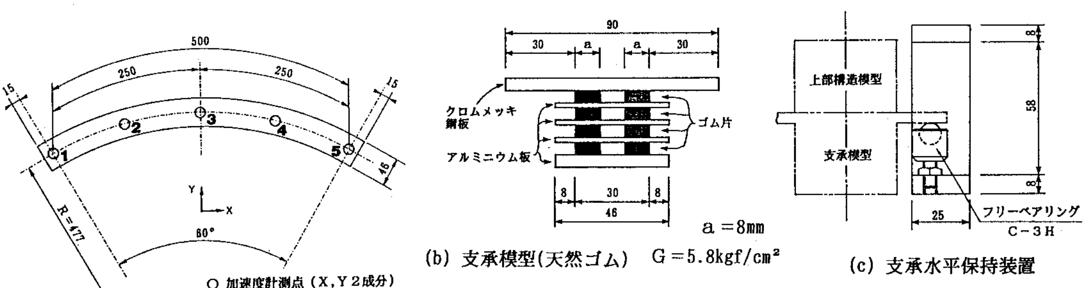
(b) １質点３自由度モデル

図－１　剛体３自由度振動系モデル



(a) １次モード　(b) ２次モード　(c) ３次モード

図－２　振動モード



(a) 鋼製桁模型(断面；46×32)

(b) 支承模型(天然ゴム)　G＝5.8kgf/cm²

(c) 支承水平保持装置

図－３　振動実験模型

表－１　自由振動実験による固有振動数(Hz)

モード	実験	理論
１次	10.0	10.01
２次	10.0	10.11
３次	13.5	13.44

表－２　正弦波加振による重心加速度の応答倍率と位相差(deg.)

加振対象モード	成分	実験結果		剛体３自由度振動系モデル					
				１次＋３次		１次モード		３次モード	
		倍率	位相差	倍率	位相差	倍率	位相差	倍率	位相差
１次	u	10.471	74.4	10.591	89.8	10.588	90.0	0.032	6.5
	v	0.438	74.9	0	0	0		0	
	θ	0.126	-110.5	0.114	-83.5	-0.115		0.013	
３次	u	2.194	146.5	2.234	161.2	2.160	0.0	0.282	90.0
	v	0.149	-16.0	0	0	0		0	
	θ	0.172	45.6	0.112	78.2	-0.023		0.114	