

長崎大学大学院 学生員○小松正貴 長崎大学工学部 正 員 岡林隆敏
長崎大学大学院 学生員 山本 実 オイレス工業(株) 正 員 下田郁夫

1. はじめに

構造物の高層化・長大化に伴って、地震、風などの不規則外力による振動制御が問題になっている。一般に、構造物は高次の自由度から形成されているが制御系の設計を行うためには、低次元化した制御モデルを考える必要がある。しかし、低次元化したモデルで制御系の設計を行うと、無視された高次のモードの影響によりスピルオーバー問題が生じる。このスピルオーバー問題などに対して有効な方法として近年注目されているのがH[∞]制御理論である。本研究は、状態フィードバックによるH[∞]制御理論と出力フィードバックによるH[∞]制御理論の数値解析を行い、シミュレーションによりレギュレータ理論と比較検討した。

2. 制御対象構造物

制御対象とする構造物は、図-1のような5層の骨組み構造物である。これを5質点系にモデル化し、3次まで振動を制御する。このモデルの解析と実測による振動数、および減衰定数を表-1に示した。振動モードは、文献⁽¹⁾において報告している。

3. 構造系のモデル化

構造系の運動方程式は、状態空間表示すると(1)式のようになり、5質点目を観測するとすれば、観測量は(2)式のように表わされる。

$$\dot{\mathbf{x}}_r(t) = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}_r \mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_r \mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r(t) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{x}_r(t)$ は基準座標から構成される状態変数ベクトル

$$\mathbf{x}_r(t) = [q_1(t) \quad \dot{q}_1(t) \quad q_2(t) \quad \dot{q}_2(t) \quad q_3(t) \quad \dot{q}_3(t)]^T$$

である。

4. 状態フィードバックによるH[∞]制御理論

制御量の周波数形成を行うフィルターの方程式を次式で表し、それぞれを $W_1(s)$ 、 $W_2(s)$ とする。

$$\ddot{\nu}_1 + 2\zeta_1\Omega_1\dot{\nu}_1 + \Omega_1^2\nu_1 = k_{f1}\Omega_1 r(t) \quad (3)$$

$$z_1 = \Omega_1\nu_1$$

$$\ddot{\lambda}_1 + 2\zeta_2\Omega_2\dot{\lambda}_1 + \Omega_2^2\lambda_1 = k_{f2}u(t) \quad (4)$$

$$z_2 = \dot{\lambda}_1 + 2\zeta_3\Omega_3\dot{\lambda}_1 + \Omega_3^2\lambda_1$$

各フィルターを図-2に示した。 ΔP は、5自由度系の構造物と3自由度系の制御系の誤差である。

フィルターの方程式を含む拡大系の状態空間表現は、次のようになる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{12} \mathbf{u}(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(t) \quad (7)$$

ここで、

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_r \quad \nu(t) \quad \lambda(t)]^T, \nu(t) = [\nu_1 \quad \nu_2]^T, \lambda(t) = [\lambda_1 \quad \lambda_2]^T, \mathbf{w}(t) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1]^T \cdot \mathbf{w}(t)$$

$$\text{制御量: } \mathbf{z}(t) = [z_1 \quad z_2]^T, \text{観測量: } \mathbf{y}(t) = [\mathbf{y}_5(t) \quad \nu(t) \quad \lambda(t)]^T$$

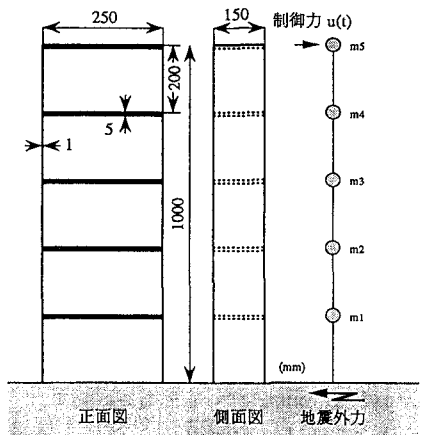


図-1 構造物模型と制御モデル
表-1 構造物模型の振動特性

振動次数	固有振動数 (Hz)			
	有限要素法	5質点系	実測値	減衰定数
1次	2.36	2.43	2.39	0.0064
2次	7.24	7.29	7.52	0.0050
3次	11.98	12.01	12.70	0.0045
4次	15.90	15.92		
5次	18.47	18.48		

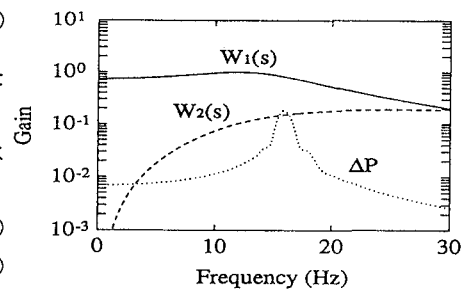


図-2 フィルターの関数と加法誤差

(5), (6)式のシステムにおいて、外乱 $w(t)$ から制御量 z までの伝達関数を $G_{wz}(s)$ とすると、(8)式のような H^∞ ノルムを満足するような γ を定める。

$$\|G_{wz}(s)\|_\infty < \gamma \quad (8)$$

最適フィードバックゲイン F は、リカッチ方程式の正定解 P より求め、制御力は(10)式ようになる。

$$F = -B_2^T P - D_{12}^T C_1 \quad (9)$$

$$u(t) = Fx(t) \quad (10)$$

4. 出力フィードバックによる H^∞ 制御理論

出力フィードバックによる H^∞ 制御理論においても(8)式の条件を満たすような最適な補償器 $K(s)$ を決定する。このとき補償器は以下の状態方程式で定義されているものとする。

$$\dot{S}(t) = A_H S(t) + B_H y(t) \quad (11)$$

$$u(t) = C_H S(t) \quad (12)$$

ここで、状態変数ベクトルを、

$$X(t) = [x(t)^T \ S(t)^T]^T$$

とおき、出力フィードバックにおける状態方程式を構成する。このとき、制御力は2つのリカッチ方程式より設計される。

5. 数値解析と考察

構造物に作用する外力として、図-3に示すようなEl Centro地震加速度波形を用いた。制御なしの場合とレギュレータ理論による制御をかけた場合の5層の時間歴変位応答をそれぞれ点線と実線で図-4に示した。また図-5に破線で示したものがこの理論により制御をかけた場合の周波数応答である。

(a)状態フィードバックによる H^∞ 制御理論との比較

H^∞ 制御の最適パラメータは $\gamma = 4.0$, $\varepsilon = 4.1$ であることがわかった。このときの周波数応答を図-5に示す。点線が制御なしの場合で、実線が H^∞ 制御である。 H^∞ 制御の応答がレギュレータ理論の応答よりも低いレベルであることが分かる。したがって、図-6に示す H^∞ 制御の時間歴変位応答のほうも図-4よりもレベルは低くなっている。

(b)出力フィードバックによる H^∞ 制御理論との比較

H^∞ 制御の最適パラメータは、 $\gamma = 6.0$, $\varepsilon = 3.812$, $\mu = 0.23$ となった。このときの周波数応答を図-7に示す。実線が H^∞ 制御である。 H^∞ 制御はレギュレータ理論よりも低い応答である。図-8に示す時間歴変位応答も低いレベルとなった。

6. まとめ

以上の結果、各 H^∞ 制御理論はレギュレータ理論より優れた制御効果を示した。また、ロバスト安定性も確認された。

[参考文献] (1) 奥松:土木学会第47回概要集, 1992, pp544~545
(2) 美多:電気学会誌, 1990, pp649~652 (3) 野波:日本機学会, 1991, No. 9-52, pp196~202 (4) 白石:入門現代制御理論, 啓学出版

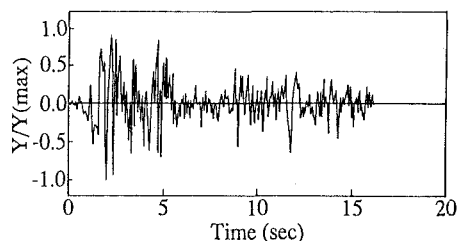


図-3 El Centro地震加速度波形

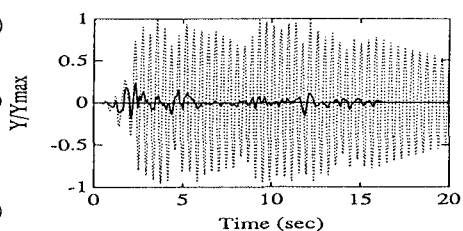


図-4 レギュレータ理論による制御の時間歴変位応答

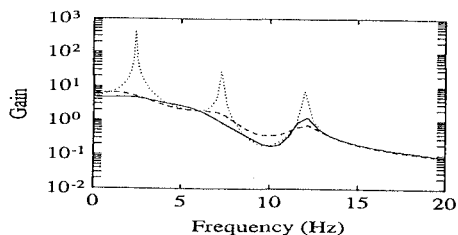


図-5 周波数応答

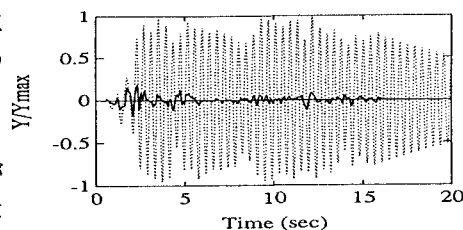


図-6 状態フィードバックによる H^∞ 制御の時間歴変位応答

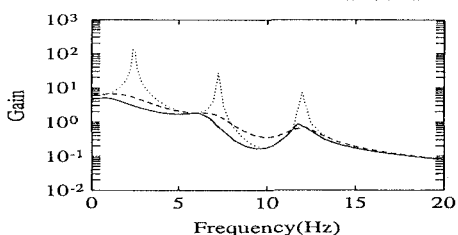


図-7 周波数応答

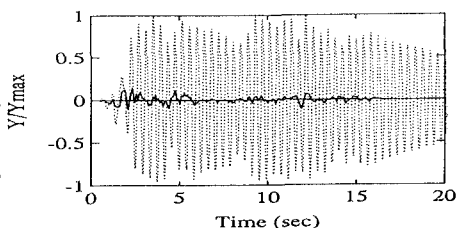


図-8 出力フィードバックによる H^∞ 制御の時間歴変位応答