

駒井鉄工 株式会社 正員○岡部 雅彦
長崎大学 工学部 正員 岡林 隆敏
オリエンタル建設(株) 正員 角本 周

1. はじめに

近年、構造が単純な点と曲線が美しいという景観的な点から、吊り床版橋の架設事例⁽¹⁾が増加しつつある。この構造形式は、普通の橋梁に比べて重く、特に振動を励起するものではないとされているが、最近では長径間にする傾向にあり、振動対策が必要になる場合が考えられる。本研究では、吊り床版橋の垂直外力による曲げ振動に対する、アクティブ振動制御の有効性を検討したものである。吊り床版橋では、限られた周波数域に多くの固有振動数を有する。特定の振動数を対象に、振動制御を行なう技術は、アクティブ振動制御を行うための課題である。ここでは、最適レギュレータ理論、オブザーバ、カルマンフィルタ⁽²⁾を用いた振動制御について報告する。

2. 構造系の方程式

制御の対象は、図-1のような橋長73.0m、総重量122.3tfの吊り床版橋である。ここでは、制御則

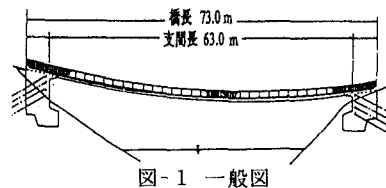


図-1 一般図

として、図-2のように、最適レ

ギュレータ理論、オブザーバ、カルマンフィルタを用いた。図-3に、振動モードと振動数を示した。点線は、有限要素法による結果で、これをフーリエ級数により、次のように内挿した。

$$\phi_i(x) = \sum_{k=0}^n \{a_{ik} \sin(\Omega_k x) + b_{ik} \cos(\Omega_k x)\}$$

$$\Omega_k = k\pi/L$$

x 点の変位応答は、基準座標 $q_i(t)$ と振動モード $\phi_i(x)$ により、

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t)$$

で与えられる。次のような状態変数を用いると、

$$\mathbf{X}(t) = [q_1(t) \cdots q_n(t) \dot{q}_1(t) \cdots \dot{q}_n(t)]^T$$

系の動的挙動は、次の状態方程式で記述することができる。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}_{11} \mathbf{f}(t) + \mathbf{B}_{12} \mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{X}(t)$$

数値計算では、構造物を5次振動まで考慮し、制御対象は4次振動までとして、計算を行っている。

3. 各種の制御理論による振動制御

a) 最適レギュレータ

全状態量がフィードバックできるとして、制御力を次式で表わす。

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{X}(t)$$

フィードバックゲイン行列は、次式より計算できる。

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_{12}^T \mathbf{P}$$

$$\mathbf{A}_1^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_1 + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B}_{12} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_{12}^T \mathbf{P} = 0$$

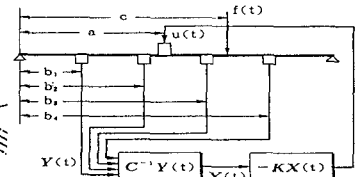
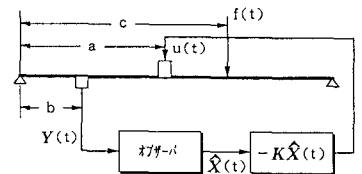


図-2 a) 最適レギュレータによる制御



(1) 図-2 b) オブザーバを用いた制御

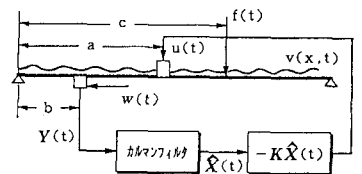
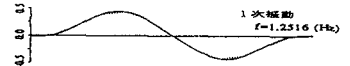


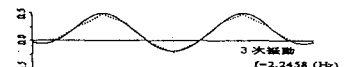
図-2 c) カルマンフィルタを用いた制御



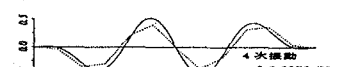
(4)



(5)



(6)



(7)



(7) 図-3 固有振動数・振動モード

b) オブザーバを用いた場合

図-2 b)のようにb点の変位と速度のみが観測できるものとする。全次元オブザーバを構成すると、状態量 $\hat{\mathbf{X}}(t)$ は、次式で推定できる。

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) &= \mathbf{A}_r \hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}_{r1} \mathbf{f}(t) + \mathbf{B}_{r2} \mathbf{u}(t) + \mathbf{G}\{\mathbf{Y}(t) - \hat{\mathbf{Y}}(t)\} \\ \hat{\mathbf{Y}}(t) &= \mathbf{C}_r \hat{\mathbf{X}}(t)\end{aligned}\quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{Y}(t) = [y(b, t) \quad \dot{y}(b, t)]^T$ である。ここで求められた $\hat{\mathbf{X}}(t)$ を、(5)式の $\mathbf{X}(t)$ の代りに用いて制御を行う。

c) カルマンフィルタを用いた場合

構造物に作用する風や、計測器の雑音により、制御系に雑音が入り込む。このような系の挙動を推定するものが、カルマンフィルタである。カルマンフィルタの式は、(8)式と同じ式になる。オブザーバでは、ゲインマトリックス $\mathbf{G}$ を極配置⁽²⁾により決めるのに対して、カルマンフィルタでは、リカッチの方程式⁽²⁾により求める。

4. 数値解析と考察

アクチュエータは、 $7/20 \times L$ 地点に1個設置している。ここで、 L は支間長で63.0mである。荷重は $4/20 \times L$ 、 $11/20 \times L$ 、 $15/20 \times L$ の点に、それぞれ100kgfずつ、振動数を3.037Hz、1.563Hz、2.246Hzとして作用させている。

図-4は、最適レギュレータによる制御のときの、 $7/20 \times L$ 地点における周波数応答である。破線が制御なしの場合、実線が制御をかけた場合である。制御対象の4次振動まで、応答の低下が見られるが、特に1次、2次振動の低下が著しい。

図-5は、最適レギュレータによる制御のときの、 $7/20 \times L$ 地点における変位応答である。振幅が約2/3に抑えられ、制御の効果が確認できる。図-6は、そのときの制御力である。最大制御力は約80kgfとなっている。

図-7は、オブザーバを用いた制御のときの、 $7/20 \times L$ 地点における変位応答である。オブザーバの極は、 $\lambda_1 = -1.573 \pm 7.705i$ 、 $\lambda_2 = -1.964 \pm 9.624i$ 、 $\lambda_3 = -2.822 \pm 13.825i$ 、 $\lambda_4 = -3.816 \pm 18.696i$ 、としている。制御の効果は、図-5の最適レギュレータによる制御と同じで、オブザーバを用いたことによる制御の劣化は認められなかった。

図-8は、カルマンフィルタを用いた制御のときの、 $7/20 \times L$ 地点における変位応答である。ノイズは白色雑音過程とし、その強度は、システム雑音を $\sigma_v = 3.2\text{kgf}$ 、観測雑音を $\sigma_w = 0.1\text{cm}$ としている。制御波形は、図-5のそれと同じであり、カルマンフィルタが効果的に働いているのがわかる。

5. まとめ

吊り床版橋の振動制御のために、基礎的な制御則を適用して、制御効果を調べた。その結果、オブザーバを用いても、制御が可能であることが確認できた。また、カルマンフィルタを用いることにより、観測量に雑音が入っても、効果的な振動制御を行えることがわかった。今後、 H^∞ 制御理論による制御を考えたい。

〔参考文献〕(1) 梶川康男・津村直宜・角本周：P C吊床版歩道橋の振動とその使用性、構造工学論文集、Vol. 36A, pp. 685-695, 1990年。(2) 白石昌武：入門現代制御理論、啓学出版、1987年。

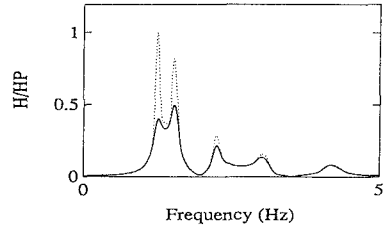


図-4 周波数応答(最適レギュレータ)

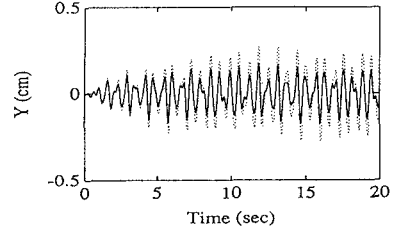


図-5 変位応答(最適レギュレータ)

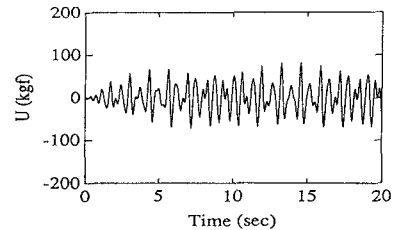


図-6 制御力

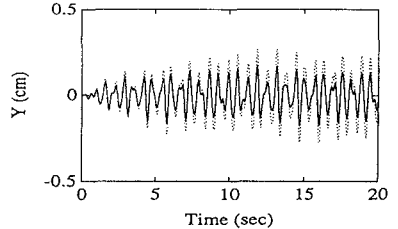


図-7 変位応答(オブザーバ)

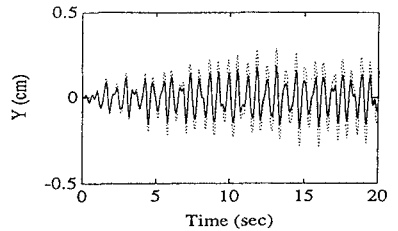


図-8 変位応答(カルマンフィルタ)