Ｉ－190　線形多自由度系の同定における拡張カルマンフィルターの局所的な繰り返し効果

徳島大学工学部○学生員　畠　一樹　　徳島大学工学部　正　員　沢田　勉
徳島大学工学部　正　員　平尾　潔　　徳島大学工学部　学生員　岡本　康

１．はじめに　構造物の制振等の振動制御問題では、応答の時々刻々の変化をリアルタイムで捉える必要があり、このような場合には追随性の良いフィルターの適用が望まれる。このような観点より、本研究では線形多自由度系の同定問題における追随性を改善するために、ある時刻近傍で拡張カルマンフィルターを局所的に繰り返し適用する手法を開発し、その適用性を検討する。

２．手法の概要　拡張カルマンフィルターは、次に示す離散型非線形状態方程式と離散型非線形観測方程式を基本式とし、それらを線形化することによりカルマンフィルターを適用する方法である。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) \cdots (1) \quad , \quad \mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) \cdots (2)$$

ここで、$\mathbf{x}$＝状態ベクトル，$\mathbf{y}$＝観測値，$\mathbf{v}$＝ガウス白色雑音であり、ｋおよびｋ＋１は時刻を表す。

式（１）の状態方程式は、運動方程式の数値積分（本研究では Newmark β法を用いた）を基本とし、これに未知パラメータ（線形多自由度系では各質点のばね定数と減衰係数）を並列に組み込んだものである。

式（１）は、時刻ｋからｋ＋１への状態量の推移を表す式であり、本研究では、これを前進過程と呼ぶことにする。他方、式（１）を逆に解くことにより、時刻ｋ＋１からｋへの推移を表す式が得られる。以下では、これを後退過程として、局所的な繰り返し法に導入する。

拡張カルマンフィルターの局所的な繰り返し法は、時刻ｋでの状態推定量$\hat{\mathbf{x}}(k|k)$とその誤差共分散行列Ｐ$(k|k)$が得られたとき、以下のような繰り返しにより時刻ｋ＋１での状態推定量$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)$を求める方法である。

① $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$とＰ$(k|k)$より$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)$とＰ$(k+1|k+1)$を、拡張カルマンフィルターを用いて求める。

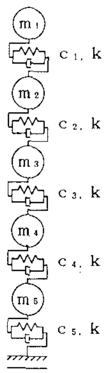
② 後退過程に拡張カルマンフィルターを適用し①で得られた$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)$とＰ$(k+1|k+1)$から、$\hat{\mathbf{x}}(k-\ell|k-\ell)$とＰ$(k-\ell|k-\ell)$を推定する。

③ ②で得られた$\hat{\mathbf{x}}(k-\ell|k-\ell)$とＰ$(k-\ell|k-\ell)$から、前進過程を用いて、$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)$とＰ$(k+1|k+1)$を推定する。

④ ②、③を繰り返すことにより$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)$とＰ$(k+1|k+1)$を推定する。

⑤ ｋ＝ｋ＋１として、①～⑤より次の時刻の状態量を推定する。

ここで、ℓは手順②においてどの程度過去の時刻までさかのぼるかを示すパラメータである。以上のような拡張カルマンフィルターの局所的な繰り返し法を用いて、各時刻の状態推定量を逐次同定する。



図－１　５自由度系モデル

３．数値計算および考察　拡張カルマンフィルターの局所的な繰り返し法を用いて、図－１に示すような線形５自由度系のばね定数および減衰係数を同定し、局所的な繰り返しを行わない場合と比較することにより、本手法の有効性を検討する。観測波形としては加速度波形を用い、時間刻みはΔt＝0.02(sec)、時間間隔は20.48(sec)とした。表－１には、同定に用いた線形５自由度系の諸元（質量、ばね定数、減衰係数）を示す。以下では、これらの系の質量は既知とし、表－１に示す各質量のばね定数と減衰係数の値を真値として、初期値が真値の２倍の場合について、系パラメータ（ばね定数と減衰係数）を同定

表－１　５自由度系の諸元

	質量	真値		初期値	
NO.	m	k	c	k	c
1	3.0	400.0	8.0	800.0	16.0
2	4.0	600.0	12.0	1200.0	24.0
3	5.0	800.0	16.0	1600.0	32.0
4	6.0	1000.0	20.0	2000.0	40.0
5	7.0	1200.0	24.0	2400.0	48.0

する。なお、観測記録に含まれるノイズの割合は５％、ノイズの共分散は0.001、状態推定量の誤差共分散は1.0 とした。

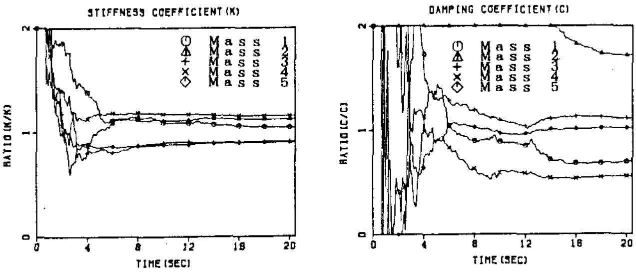
（１）局所的な繰り返し法における繰り返し範囲と繰り返し回数　　拡張カルマンフィルターの局所的な繰り返し法においては、時刻ｋでの状態推定量 $\hat{x}$ (k|k) から時刻ｋ＋１での状態推定量 $\hat{x}$ (k+1|k+1) を得た後時刻ｋ－ℓ～ｋ＋１の間で拡張カルマンフィルターを繰り返し用い、$\hat{x}$ (k+1|k+1) を改良する。このとき、局所的な繰り返し範囲を示すパラメータℓと、この範囲で何回繰り返しを行うかを示すパラメータｎを決める必要がある。ここでは、これらを次のような４通りに変えて数値計算を行った。

（ℓ，ｎ）＝｛（１，１），（１，２），（２，１），（２，２）｝

その結果、繰り返し範囲をℓ＝１繰り返し回数をｎ＝２としたときに同定精度が良いことがわかった。なおこの数値計算では、観測記録はすべての質点で得られるものとした。

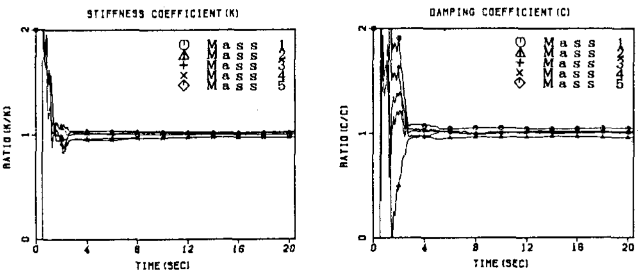
（２）観測記録が限られた質点で得られている場合の局所的繰り返しの有効性

拡張カルマンフィルターにより線形多自由度系を同定した既往の研究では[2]観測記録が限られた点でしか得られていない場合には、系パラメータの同定精度が悪く、安定した解が得られないとしている。ここでは、質点２及び４で観測記録が得られている場合について数値計算を行い、局所的繰り返し法の有効性を検討する。図－２は、局所的な繰り返しを行わない従来の方法の同定結果、また、図－３は局所的な繰り返しを用いた場合の同定結果である。図において、横軸は時間、縦軸は各時刻における推定値と真値との比である。これらの図より、観測記録が限られた質点でしか得られない場合には、従来の方法では同定精度がかなり悪くなることがわかる。これに対し、局所的繰り返しを行った場合には、比較的精度の良い同定結果が得られている。以上のように、拡張カルマンフィルターの局所的な繰り返し法は、観測記録が限られた質点でしか得られない場合に有効であり、比較的安定した解を与えることがわかった。



（ａ）ばね定数　　（ｂ）減衰係数

図－２　同定結果（局所的繰り返しなし）



（ａ）ばね定数　　（ｂ）減衰係数

図－３　同定結果（局所的繰り返しあり）

４．おわりに　　本研究では、拡張カルマンフィルターの局所的な繰り返し法を提示し、その有効性を検討した。その結果、観測記録が限られた質点でしか得られない場合には、従来の方法では同定精度が悪いのに対し、局所的な繰り返し法を用いた場合には、比較的精度の良い同定結果が得られることがわかった。

５．参考文献
（１）Jazwinski,A.H.; Stochastic Processes and Filtering Theory , Academic Press , 1970　（２）星谷・斉藤；拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用 ,土木学会論文集 ,第 339号 ,1983　（３）星谷・斉藤；線形多自由度系の動特性の推定 ,土木学会論文集 ,第 344号 ,1984