

○ 大阪市

正会員 日下部和宏

岡山大学工学部 正会員 竹宮宏和

1 目的

本研究は、半無限一様弾性体が表面分布衝撃力を受けた場合の遷移応答を求めるために積分変換法から開発したものである。本解の妥当性を検証するために、他の解析的手法、T-DBEM解との比較を行う。また、波動伝播における、ポアソン比の影響と、载荷状態に起因する変位応答の差異を把握する。

2 定式化と解法

時間依存関数 $T(t)$ をもつ衝撃力に対する弾性体の応答解析手法は、時間に関してLaplace(L)-変換 $(\bar{})$ 、空間に関してHankel(H)-変換 $(\hat{})$ を施して、L-H領域解を求める(下表参照)。 θ 方向にはフーリエ級数展開を仮定する。

	表面集中载荷力		表面分布载荷力	
	T-S領域	L-H領域	T-S領域	L-H領域
水平方向 $\theta=1$	$i_r(r, \theta) = \frac{\delta(r) \cos \theta}{2\pi} T(t)$ $i_\theta(r, \theta) = \frac{\delta(r) \sin \theta}{2\pi} T(t)$	$i_r^1(\xi, \theta) = \frac{1}{2\pi} T(p)$ $i_\theta^1(\xi, \theta) = \frac{1}{2\pi} T(p)$	$i_r(r, \theta, t) = \frac{\cos \theta \cdot T(t)}{\pi a^2}$ $i_\theta(r, \theta, t) = \frac{-\sin \theta \cdot T(t)}{\pi a^2}$	$i_r(\xi, p) = \frac{J_1(\xi a)}{\pi \xi a} \cdot T(p)$ $i_\theta(\xi, p) = \frac{J_1(\xi a)}{\pi \xi a} \cdot T(p)$
鉛直方向 $\theta=0$	$i_z(r, \theta) = \frac{\delta(r) T(t)}{2\pi r}$	$i_z^0(\xi) = \frac{T(p)}{2\pi}$	$i_z(r, \theta, t) = \frac{T(t)}{\pi a^2}$	$i_z(\xi, p) = \frac{J_1(\xi a)}{\pi \xi a} \cdot T(p)$

$$T(t) = \begin{cases} H(t) \leftrightarrow T(p) = \frac{1}{p} \\ \delta(t) \leftrightarrow T(p) = 1 \end{cases}$$

表面分布衝撃力の境界条件を満たす Helmholtz 解は面内波 (r, z 面内) と面外波 (θ 方向) について求められ、逆L-H変換を行う。まず逆L-変換をBromwich積分から遂行するが、周回積分により積分経路を変更する。その後、逆H-変換をとる。衝撃力の分布が単純な場合、解析式を得ることができる。例えば、水平方向の一様分布力では

$$\begin{aligned} \hat{u}_{rr}(\xi, z, t) = & \frac{d \left\{ (1+d^2)e^{-\xi z} - 2e^{-\xi a} \right\}}{2\mu K(C_R)} \frac{1 - \cos \xi C_R t}{\xi \eta} \\ & + \frac{2}{\pi \mu} \int_p^a \frac{b(1-b^2)^2 e^{-\xi z} - (1-b^2) \cos \xi b z}{(1-b^2)^4 + 16a^2 b^2} \frac{1 - \cos \xi \eta t}{\xi \eta} d\eta - \frac{8}{\pi} \int_p^a \frac{-ab^2(1-b^2) \sin \xi b z}{(1-b^2)^4 + 16a^2 b^2} \frac{1 - \cos \xi \eta t}{\xi \eta} d\eta \\ & + \frac{2}{\pi \mu} \int_a^\infty \frac{b \{ 2 \cos \xi a - (1-b^2) \cos \xi b \}}{(1-b^2)^2 + 4ab} \frac{1 - \cos \xi \eta t}{\xi \eta} d\eta \quad (1) \end{aligned}$$

但し、 $-a \approx \sqrt{1-\eta^2/\alpha^2}$ $a \approx \sqrt{\eta^2/\alpha^2 - 1}$ $b \approx \sqrt{\eta^2/\beta^2 - 1}$ $c \approx \sqrt{1-C_R^2/\alpha^2}$ $d \approx \sqrt{1-C_R^2/\beta^2}$

$\hat{u}_{rz}, \hat{u}_{zr}, \hat{u}_{zz}, \hat{u}_{\theta\theta}$ も上記と同様に Bromwich 積分を行う。逆H-変換後の時間-空間領域解は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} u_r(r, z, t) \\ u_\theta(r, z, t) \\ u_z(r, z, t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \int_0^\infty \xi \begin{bmatrix} J_1(\xi r)/\xi & J_1(\xi r)/\xi \\ J_1(\xi r)/\xi & J_1(\xi r)/\xi \\ -J_1(\xi r) & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u}_r(\xi, z, t) \\ \hat{u}_\theta(\xi, z, t) \\ \hat{u}_z(\xi, z, t) \end{pmatrix} d\xi \quad (2)$$

3 数値計算結果と考察

本解析手法は、水平方向载荷に対しても有効であるが、ここでは、鉛直方向集中・分布载荷によって発生する変位応答をTD-BEM解とFig.1の観測点1,2において比較し、Fig.2~5に示した。また、集中・分布载荷の変位応答の比較をFig.1の観測点E,Fにおいて行い、Fig.6,7に示した。各変位は $\pi \mu R u$ として正規化した計算結果を、それぞれ無次元時間 $\tau = t \beta / R$ に対して示している。P波、S波、レイリー波到達時刻はそれぞれ $\tau = 0.58, 1.0, 1.09$ である。時間依存関数 $T(t)$ はHeavyside step関数である载荷状態のものである。Fig.2~5では良い一致が見られると共に、観測点の深さによって、卓越する波の種類が異なることが分かる。地表面応答(観測点1)はレイリー波到達時に無限大となり、徐々に静的载荷時の応答値に収束する。レイリー波の影響は深さに対して指数関数的に減少し、ある深さの内部応答では無視できるほど小さい。よって、内部応答ではP・S波到達時に値が急変し、S波到達後に収束する。ピーク値の時刻にずれが見られるが、BEM手法の時間ステップの荒さが原因と思われる。これを考慮にいれ、収束値の一致から本手法の有効性が認められる。つぎに集中・分布载荷の比較に関しては集中载荷時に認められる値のピークの様相に比べて、分布载荷はピークの現われ方が緩慢であることが分かる。分布载荷は波の発生源が一点でなく、観測点における各波の到達時刻がずれることに起因すると思われる。以上のことより本研究は従来の研究と比較して精度がよく、加えて内

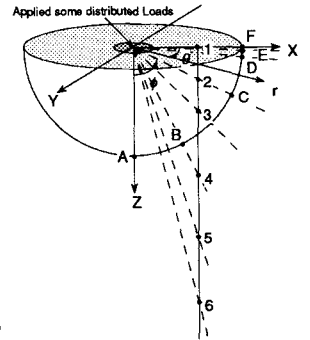


Fig.1 A halfspace subjected to a surface load, layout of observation points. Points A through F (on hemisphere): Gakenheimer Points 1 through 6; Present analysis

Gakenheimer model	# (DEG)	GMM and TD-BEM solutions	z/r
A	0	1	0
B	30	2	0.5
C	60	3	1.0
D	85	4	2.0
E	89.5	5	3.0
F	90	6	4.0

部応答の解析に対しても有効である点などが優れていると言える。

Table.1 properties of medium for Point Loading

ヤング係数 $E_s [kN/m^2]$	2.5×10^6
密度 $\rho_s [t/m^3]$	2.0
ポアソン比 ν_s	0.25
P波速度 $\alpha [m/sec]$	387.3
S波速度 $\beta [m/sec]$	223.6
応答水平距離 $r [m]$	7.0

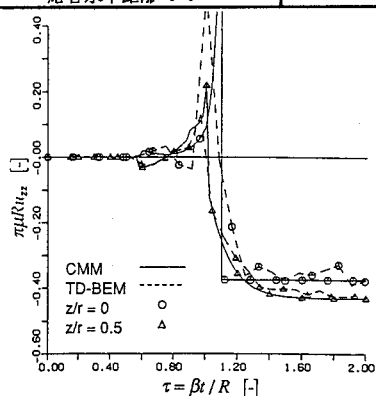


Fig.2 Vertical responses at observation points on a halfspace as well as inside of it due to a vertical point load, Comparison CMM and TD-BEM, Poisson ratio $\nu = 1/4$

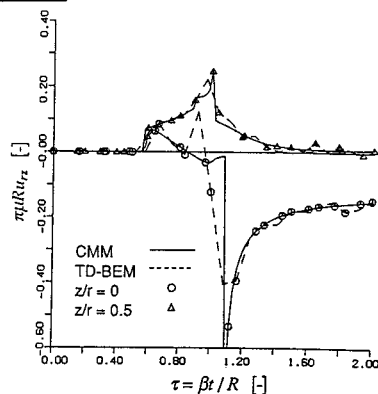


Fig.3 Radial responses at observation points on a halfspace as well as inside of it due to a vertical point load, Comparison CMM and TD-BEM, Poisson ratio $\nu = 1/4$

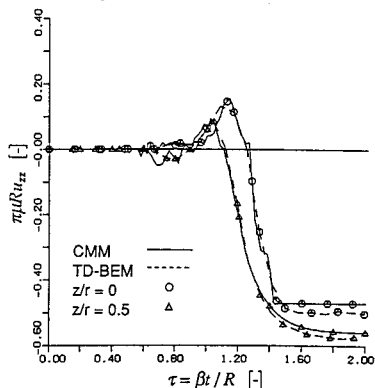


Fig.4 Vertical responses at observation points on a halfspace as well as inside of it due to a vertical disk load, Comparison CMM and TD-BEM, Poisson ratio $\nu = 1/4$

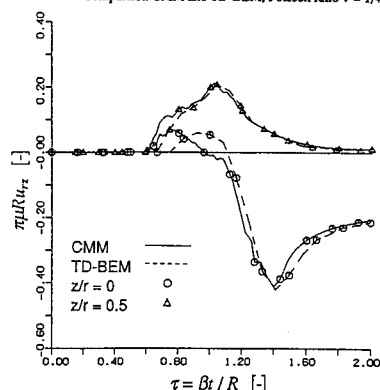


Fig.5 Radial responses at observation points on a halfspace as well as inside of it due to a vertical disk load, Comparison CMM and TD-BEM, Poisson ratio $\nu = 1/4$

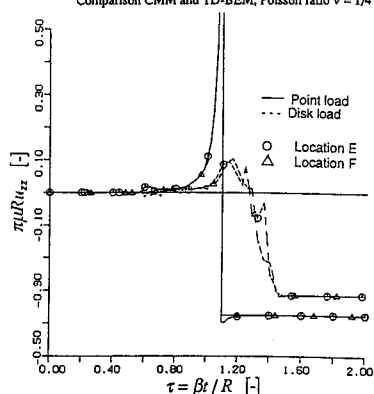


Fig.6 Vertical responses at observation points on a halfspace as well as inside of it due to a vertical point/disk load, Effect of loading type, Poisson ratio $\nu = 1/4$

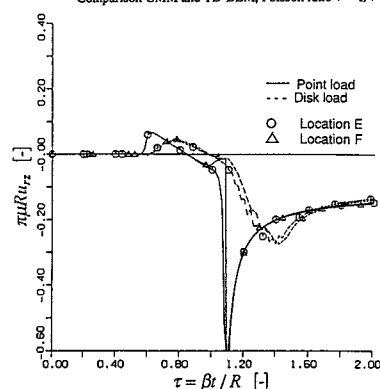


Fig.7 Radial responses at observation points on a halfspace as well as inside of it due to a vertical point/disk load, Effect of loading type, Poisson ratio $\nu = 1/4$