

I - 162

組積構造体の剛体-連結ロッド系モデル

北海道大学工学部 正会員 佐々木 康彦
北海道大学工学部 正会員 芳 村 仁

1. まえがき

スティブ・サイロと呼ばれる工業用、農業用貯蔵サイロの壁体構造は、組合せながら円筒状に積上げたコンクリートブロック（スティブ）と外壁を締付ける鉄筋（ロッド）から構成される。しかし、モルタルなどの目地結合材は使われていない。このようなスティブ組積構造体の動的安定性や地震時挙動に関する数値実験的な検討を目的とし、本研究では特にスティブ組合せ部分に着目した二次元“剛体-連結ロッド系”の解析モデルとその数値計算例について述べたものである。ここでは、剛性定数の評価が難しい接合要素は用いず、隣接剛体間の接触状態を「変位拘束条件式」で表現する定式化を試みた。

2. 剛体-連結ロッド系の解析モデル

2.1 隣接剛体の運動学的関係式

一般に、変形前に接触していた隣接剛体上の着目点は、変形後に相対変位を生じる。本節では、その相対変位量と剛体重心での変位および回転量との関係式を誘導する。なお、以下では鉛直平面内における二次元運動を取扱う。図1は、上下隣接の剛体に関する変形前後の運動学的関係である。剛体①、②の幅を $2b$ 、高さを $2h_1$ 、 $2h_2$ 、剛体重心位置での水平（X軸）方向、鉛直（Y軸）方向変位および回転角をそれぞれ u 、 v 、 θ とすると、変形後の頂点の相対変位 δ_{ij} は、剛体の回転角が微小な場合、

$$\delta_{ij} = [(u_j - u_i) + (h_i \theta_j + h_j \theta_i)] e_1 + [(v_j - v_i) - b \text{sign} \alpha_{ji} (\theta_j - \theta_i)] e_2 \quad (1)$$

ここで、 e_1 、 e_2 はX、Y軸方向の単位ベクトルである。また、符号関数 $\text{sign} \alpha_{ji}$ は $\alpha_{ji} \equiv \theta_j - \theta_i \geq 0$ の時、 $\text{sign} \alpha_{ji} = +1$ ； $\alpha_{ji} < 0$ の時、 $\text{sign} \alpha_{ji} = -1$ となる。この符号変化は、境界上における頂点の左右切換えに対応する。

同様に、左右隣接の剛体に関する運動学的関係を図2に示す。ただし、この場合は剛体①、②の高さ $2h_1$ 、 $2h_2$ の大小関係および両剛体重心の鉛直距離 d によって変形前の頂点と辺の接触位置が異なる。それらを考慮すると、剛体の回転角が微小な場合の相対変位 δ_{ik} は次式で表わされる。

$$\delta_{ik} = [(u_k - u_i) - \text{sign} \alpha_{ki} (\Phi \theta_k - \Psi \theta_i)] e_1 + [(v_k - v_i) - b (\theta_i + \theta_k)] e_2 \quad (2)$$

Φ および Ψ は $h^d \equiv h_k + d \text{sign} \alpha_{ki}$ とおくと、 $h_i \geq h^d$ の時、 $\Phi = h_k$ 、 $\Psi = h^d$ ； $h_i < h^d$ の時、 $\Phi = h_i - d \text{sign} \alpha_{ki}$ 、 $\Psi = h_i$ となる。

2.2 変位拘束条件式

ここで提示する剛体-連結ロッド系モデルでは剛体相互がロッドで連結されているため、隣接剛体は変形後もいずれかの頂点同士あるいは頂点と辺とで接触すると考える。さらに、現実には生じない“剛体相互の重複”を防ぐため、その接触点において境界線に垂直な相対変位を零とする「変位拘束条件式」を与える。

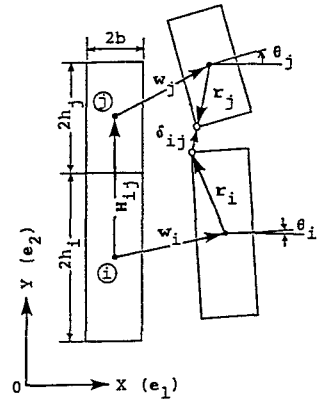


図1 上下隣接剛体の運動学的関係

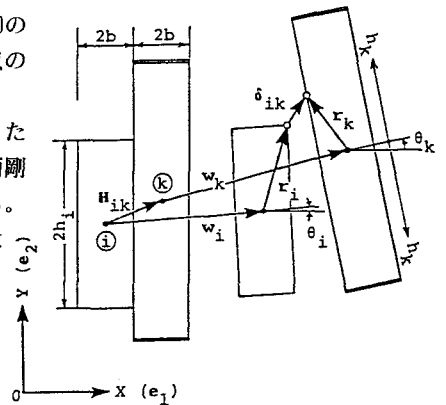


図2 左右隣接剛体の運動学的関係

すなわち、左右隣接剛体については(2)式の水平成分を、上下隣接剛体では(1)式の鉛直成分を零とおき、

$$(u_k - u_i) - \text{sign} \alpha_{ki} (\Phi \theta_k - \Psi \theta_i) = 0, \quad (v_j - v_i) - b \text{sign} \alpha_{ji} (\theta_j - \theta_i) = 0 \quad (3), (4)$$

これらの条件式を全剛体間に適用し、さらに剛体と剛床間の拘束条件を付加する。その後、求めた各式から水平変位 u_i 、鉛直変位 v_i を回転角 θ_i で表わす方法として、高温ガス炉心のダウエルモデルにおける速度拘束条件式の定式化を参照すると¹⁾、剛体-連結ロッド系の変位拘束条件式は次式のように書ける。

$$u_i + \sum A_{ik} \theta_k - u_o(t) = 0, \quad v_i + \sum B_{ik} \theta_k - v_o(t) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (5), (6)$$

ここで、 $u_o(t)$ 、 $v_o(t)$ は時間 t の関数である剛床の水平および鉛直変位を、 N は全剛体数を表わす。

2.3 剛体-連結ロッド系の抵抗力と運動方程式

剛体を連結しているロッドの両端は各剛体の重心を通る鉛直線上に固定され、その両連結点の水平方向相対変位に抵抗する伸縮剛性を持つ。また、隣接剛体の境界上では接線方向に摩擦等による抵抗力が存在するが、ここでは簡単のため、接触点において接線方向の相対変位に比例する「ずれ抵抗力」を仮定する。

この剛体-連結ロッド系の運動方程式は、系の運動エネルギーおよび前述の抵抗力、自重によるポテンシャルエネルギーを剛体重心での水平変位ベクトル $\{u\}$ 、鉛直変位ベクトル $\{v\}$ および回転角ベクトル $\{\theta\}$ で表わし、未定乗数を含む Lagrange の運動方程式を適用することにより、次式のように得られる。

$$\begin{aligned} [m] \{\ddot{u}\} + [K^{xu}] \{u\} + [K^{x\theta}] \{\theta\} &= \{\lambda^u\} \\ [m] \{\ddot{v}\} + [K^{yv}] \{v\} + [K^{y\theta}] \{\theta\} + \{m\} g &= \{\lambda^v\} \\ [I] \{\ddot{\theta}\} + [K^{zu}] \{u\} + [K^{zv}] \{v\} + [K^{z\theta}] \{\theta\} \\ &= [A]^T \{\lambda^u\} + [B]^T \{\lambda^v\} \end{aligned} \quad (7.a, b, c)$$

ここで、 $[m]$ 、 $[I]$ は各剛体の質量、慣性モーメントを対角成分とする対角マトリックス、 $\{m\}$ は質量ベクトル、 g は重力加速度を表わす。 $[K^{xu}]$ 、 $[K^{x\theta}]$ 、 $\dots$ 、 $[K^{z\theta}]$ は連結ロッドの伸縮剛性および接触点でのずれ抵抗に関する部分剛性マトリックスである。また、 $\{\lambda^u\}$ 、 $\{\lambda^v\}$ はそれぞれ変位拘束条件式(5)、(6)に対応する未定乗数ベクトル、 $[A]$ 、 $[B]$ は同式における拘束条件マトリックスを表わす。さらに、運動方程式(7.a)、(7.b)、変位拘束条件式(5)、(6)およびそれらを時間微分した加速度拘束条件式を用いて、未定乗数および従属変数ベクトルを消去すると、剛体重心での回転角ベクトル $\{\theta\}$ に関する運動方程式が次式のように求められる。

$$[J] \{\ddot{\theta}\} + [K] \{\theta\} = \{F\} \quad (8)$$

この式における係数マトリックス $[J]$ 、 $[K]$ の各成分は定数である。しかし、拘束条件マトリックス $[A]$ 、 $[B]$ は符号関数 $\text{sign} \alpha_{ji}$ 、 $\text{sign} \alpha_{ki}$ を含み、隣接剛体の回転角の大小関係によりその符号が変わるため、微小回転角の範囲内でも(8)式は非線形方程式となる。

3. 数値解析例

ステイブ組積構造の解析例として図3に示すような「4剛体が3本のロッドで連結された基本系」を選定した。同図は正弦波水平加振に対する基本系の変形状態を描いたものである。隣接剛体あるいは剛床との境界において接触・分離状態を良く再現できることがわかる。この解析条件や結果の詳細は講演当日に報告したい。

参考文献

- 1) T.H. Lee: Nonlinear Dynamic Analysis of a Stacked Fuel Column Subjected to Boundary Motion, Nuclear Engineering and Design 32, 1975.

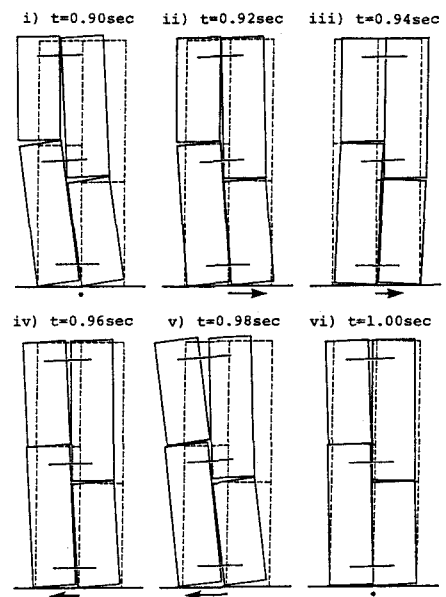


図3 正弦波応答時の変形状態[基本系]