

伝達マトリックス法を用いたシェルモデル地中管路地震応答解析理論とその適用

神戸市役所 正 員 新見達彦

神戸大学工学部 正 員 高田至郎

㈱クボタ合成管技術部 正 員 片桐 信

同 上 正 員 谷川伸一

1.はじめに 一般に地中管路の耐震設計を行う場合には、管をはりにモデル化することが多い。こうしたはり理論による解析は、鋼管や鋳鉄管のように断面をほぼ無変形として扱える剛性の高い管の場合、実際の現象をかなりの精度で再現できていると考えられる。しかし塩化ビニル(PVC)に代表される合成樹脂性の管においては、はり理論では考慮できない円周方向応力や断面変形が管の挙動に与える影響も少なくないと考えられる。そのためこれらを考慮した管路の解析法としてシェル理論が用いられ始めているが、そのほとんどは剛性マトリックスを用いた有限要素法であり、構造が複雑で要素数が多くなる場合には解くべきマトリックスサイズが巨大になってしまうという問題を抱えている。そこで本研究では、こういった点を改善するため、修正伝達マトリックス法¹⁾を用いたシェルモデル地震応答解析理論を提案し、この解析手法を地盤沈下を受ける地中管路に対し適用することでその妥当性を検討している。

2.解析理論の概要 (a)直管 図-1の円筒シェル微小要素²⁾に作用する単位幅当りの合力、曲げモーメントおよび変位を円周方向にフーリエ級数展開し、フーリエ係数に関する平衡方程式をたて、管路横断面における未知関数ベクトル $\mathbf{Y}$ (長手、円周、半径方向変位、管断面の傾き、およびこれらに対応する断面力)で整理すれば、式(1)のような直管の基礎方程式が求められる。そして式(1)の一般解を漸化式表示することで通常の伝達マトリックス法に帰着させ、さらにこれを修正伝達マトリックス法に変換すれば最終的に各横断面において物理量 $\mathbf{Y}$ (変位)と $\mathbf{Z}$ (断面力)の間に成り立つ関係式(2)の係数に関する伝達関係式を得ることができる。なお式(1)において、 $\mathbf{A}^{(n)}$ は係数マトリックス、 $\mathbf{F}^{(n)}$ は荷重ベクトル、 n はフーリエ級数の展開項数である。

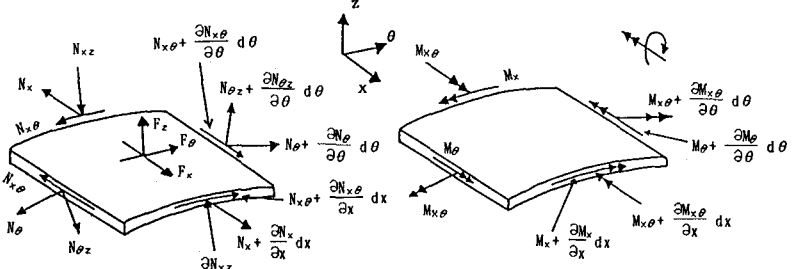


図-1 円筒シェルの微小要素に作用する力と座標

$$\frac{d\mathbf{Y}^{(n)}}{dx} = \mathbf{A}^{(n)} \mathbf{Y}^{(n)} + \mathbf{F}^{(n)} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \alpha \mathbf{Y} + \beta \mathbf{Z} = \gamma & \text{(左端から伝達)} \\ \alpha \mathbf{Y} + \beta \mathbf{Z} = \gamma & \text{(右端から伝達)} \end{cases} \quad (2)$$

以上のような伝達計算によりに各断面における α 、 β 、 γ 、 α 、 β 、 γ が定まれば、その位置での全物理量は式(2)より、簡単な逆行列計算により求めることができる。

(b)曲管 図-2に示す局所座標系の曲管要素³⁾における伝達を考える。このとき要素内変位を長手方向には多項式(3次のHermite補間式)で、円周方向には直管と同様のフーリエ級数で展開すれば、力の項のフーリエ係数と変位の項のフーリエ係数との関係が式(3)のように要素剛性マトリックスを介して表される。この関係式に対して、式(4)に示すようなマトリックス演算を行えば、通常の伝達マトリックス法に変換することができる。これを直管と同様の手順で修正伝達マトリックス法にまで帰着させている。なお、剛性マトリックスの誘導においては、3次の補間式を用いて

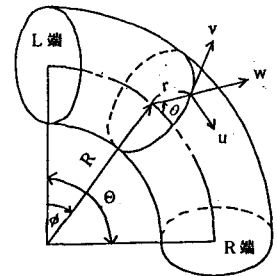


図-2 曲管要素

$$\begin{Bmatrix} Z_L + K_S U_{OL} \\ Z_R + K_S U_{OR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_L \\ Y_R \end{Bmatrix} \quad (3) \rightarrow \begin{Bmatrix} Y_R \\ Z_R + K_S U_{OR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_{12}^{-1} K_{11} & K_{12}^{-1} \\ K_{21} - K_{22} K_{12}^{-1} K_{11} & K_{22} K_{12}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_L \\ Z_L + K_S U_{OL} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

いることから各方向変位の長手方向の勾配も節線変位として扱っている。なお式(3)，(4)中の $K_S U$ は、地盤と管との相対変位によって定まる地盤からの外力である。

3. 地盤沈下を受ける地中管路への応用 図-3に示す配管が10cmの地盤沈下を受ける場合を対象に解析を行った。このときの地盤および継手の非線形性はバイリニア型に近似し、さらに半径方向の地盤ばねは、図-4に示すように管が圧縮を受ける側のみに存在すると仮定した。管材料はPVCであり、諸元は表-1に示す通りである。

(a) 最適継手位置の定義 本解析では図-3における t を10cm～60cmまで変化させた解析を行い、 $t=25$ cmを沈下に対する最適継手位置と定義した。詳細については発表当日に報告する。

(b) 管材料の安全性評価におけるシェルモデルの有用性 図-5には $t=25$ cmでの管頂部における管軸方向応力分布をはりモデルによる解析結果とともに示している。ここでシェルにおいては、地盤からの力が図-6のような円周方向のせん断応力にも分散するため曲管部での応力値が、はりよりも小さくなっている。また固定端管頂部を対象に、解析から得られた応力値を平面応力状態におけるVon Misesの降伏条件式(5)に適用すると、シェルの方が円周方向応力を考慮する分、左辺の値が約200(kgf/cm²)も小さくなり、両者の管材料に対する安全性評価が大きく異なることが分かる。また図-7のようにシェルでは最大主応力が管軸となす角が急激に変化しており、管の破壊が横断方向以外にも生じる恐れが十分にあることを示唆している。以上のような点にシェルモデルの有用性は見いだすことができる。

$$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 + 3\tau_{x\theta}^2} = Y \quad (5) \quad \text{ここに、} Y: \text{管材料の一軸引張降伏応力, } \sigma_x: \text{管軸方向応力,}$$

$$\sigma_\theta: \text{円周方向応力, } \tau_{x\theta}: \text{円周方向せん断応力}$$

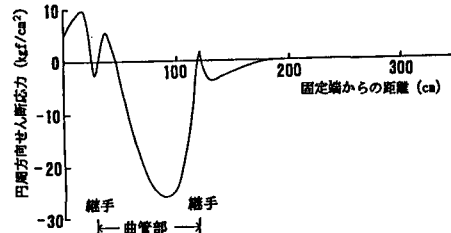


図-6 円周方向せん断応力分布 (管頂部)

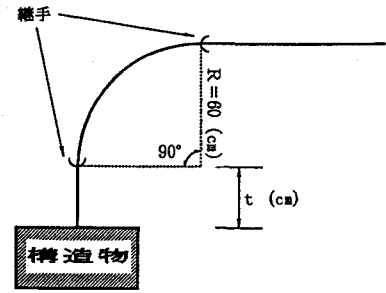


図-3 解析対象配管

表-1 管路諸元

外径 (cm)	21.6
内径 (cm)	19.6
肉厚 (cm)	1.0
弾性係数 (kgf/cm ²)	26000
ポアソン比	0.38

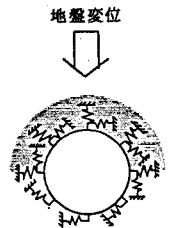


図-4 地盤ばねの分布

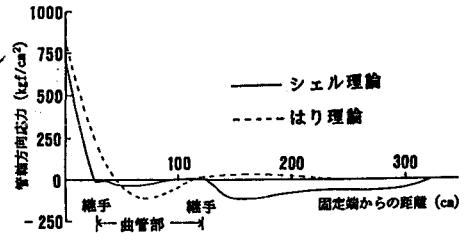


図-5 管軸方向応力分布 (管頂部)

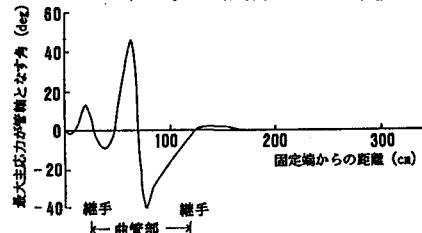


図-7 最大主応力が管軸となす角 (管頂部)

4. 結語 本報告ではシェルモデル地震応答解析理論に伝達マトリックス法を導入すると同時に、この理論を地盤沈下を対象に実際の配管に適用することで、シェルモデル解析の有用性を検討した。

参考文献 1) 中村秀治: 数値誤差の改善を考慮した伝達マトリックス法の提案、土木学会論文報告集、第289号、pp.43～53、1979.9. 2) 中村秀治: 円筒、円錐形状をもつ管路のシェルとしての応力解析、土木学会論文報告集、第285号、pp.1～15、1979.5. 3) 大坪英臣、渡部修: リング要素による曲がり管の応力解析、日本機械学会論文集、42巻、362号、pp.3037～3050、1976.10.