I－20

H形断面はり柱の動的弾塑性解析

岐阜大学大学院　学生員　早川慎治
岐阜大学工学部　正　員　森脇良一
岐阜大学工学部　正　員　奈良　敬

1. まえがき

今日、耐震設計は、震度法、あるいは修正震度法などを中心にして設計が行われている。局部座屈を考慮した鋼板構造物の耐震性能については、繰り返し外力の下で静的に評価するのが一般的で、静力学的な見地から解析や実験など多くの研究が行われてきた。しかし、実際の構造物の地震時の挙動は動力学的であり、動的効果を定量的に評価することが重要である。すなわち、構造物が地震による繰り返し外力を受けたとき、極限状態をむかえた場合の動的挙動を理解しておくことが重要である。そこで、本研究ではその第１段階として、弾塑性有限変位理論に基づきはり柱を対象とした動的弾塑性解析法を開発する。

2. 解析法

本解析法では、慣性力を考えるにあたって、質量マトリックスは分布質量マトリックス[1)]を用いる。

地震時の釣合方程式である振動方程式は、時間 $t=t_M$ での平衡状態では、次のようになる。

$$\mathbf{M}_M\ddot{\mathbf{d}}_M+\mathbb{C}_M\dot{\mathbf{d}}_M+\mathbb{K}_M\mathbf{d}_M=\mathbf{F}_M \tag{1}$$

ここで、$\mathbf{M}_M$ ：質量マトリックス　$\mathbb{C}_M$ ：減衰マトリックス　$\mathbb{K}_M$ ：剛性マトリックス[2)]

$\mathbf{d}_M$ ：変位ベクトル　$\mathbf{F}_M$ ：外力ベクトル

時間増分後、すなわち、$t=t_M+\varDelta t$ での平衡状態を求めるための第Ｉ回反復過程での振動方程式は、次のようになる。

$$(\mathbf{M}_M+\varDelta\mathbf{M}_I)(\ddot{\mathbf{d}}_M+\varDelta\ddot{\mathbf{d}}_I)+(\mathbb{C}_M+\varDelta\mathbb{C}_I)(\dot{\mathbf{d}}_M+\varDelta\dot{\mathbf{d}}_I)+(\mathbb{K}_M+\varDelta\mathbb{K}_I)(\mathbf{d}_M+\varDelta\mathbf{d}_I)=\mathbf{F}_{M+1} \tag{2}$$

ここで、$\varDelta\mathbf{M}_I$、$\varDelta\mathbb{C}_I$、$\varDelta\mathbb{K}_I$、$\varDelta\mathbf{d}_I$は、第Ｉ回反復における平衡状態Ｍからの増分量を表す。

式(2)と式(1)から、次式が誘導できる。

$$(\mathbf{M}_M+\varDelta\mathbf{M}_I)\varDelta\ddot{\mathbf{d}}_I+(\mathbb{C}_M+\varDelta\mathbb{C}_I)\varDelta\dot{\mathbf{d}}_I+(\mathbb{K}_M+\varDelta\mathbb{K}_I)\varDelta\mathbf{d}_I=\overline{\mathbf{F}} \tag{3}$$

ここで、$\overline{\mathbf{F}}=\mathbf{F}_{M+1}-\mathbf{F}_M-(\varDelta\mathbf{M}_I\ddot{\mathbf{d}}_M+\varDelta\mathbb{C}_I\dot{\mathbf{d}}_M+\varDelta\mathbb{K}_I\mathbf{d}_M)$

式(3)は増分形の振動方程式で、これを逐次積分法を用いて解く。逐次積分法にはNewmarkのβ法を用いる。本解析法においては、増分形の振動方程式を解くため、速度と変位として与えられる式を次のような増分形で表す。

$$\varDelta\dot{\mathbf{d}}_I=(\ddot{\mathbf{d}}_M+\gamma\varDelta\ddot{\mathbf{d}}_I)\varDelta t \tag{4}$$

$$\varDelta\mathbf{d}_I=\dot{\mathbf{d}}_M\varDelta t+(0.5\ddot{\mathbf{d}}_M+\beta\varDelta\ddot{\mathbf{d}}_I)\varDelta t^2 \tag{5}$$

ここで、式(5)から、

$$\varDelta\ddot{\mathbf{d}}_I=\frac{2\varDelta\mathbf{d}_I-2\dot{\mathbf{d}}_M\varDelta t-\ddot{\mathbf{d}}_M\varDelta t^2}{2\beta\varDelta t} \tag{6}$$

式(6)を式(4)に代入すると、

$$\varDelta\dot{\mathbf{d}}_I=\frac{\gamma\varDelta\mathbf{d}_I}{\beta\varDelta t}+\left(1-\frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{\mathbf{d}}_M\varDelta t-\frac{\gamma\dot{\mathbf{d}}_M}{\beta} \tag{7}$$

ここで、式(6)、(7)を式(3)に代入して整理すると、次式のようになる。

$$\left[\mathbf{M}\left(\frac{1}{\beta\varDelta t}\right)+\mathbb{C}\left(\frac{\gamma}{\beta\varDelta t}\right)+\mathbb{K}\right]\varDelta\mathbf{d}=\overline{\mathbf{F}}+\mathbf{M}\left(\frac{2\dot{\mathbf{d}}_M\varDelta t+\ddot{\mathbf{d}}_M\varDelta t^2}{2\beta\varDelta t^2}\right)+\mathbb{C}\left[\frac{\gamma\dot{\mathbf{d}}_M}{\beta}-\left(1-\frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{\mathbf{d}}_M\varDelta t\right] \tag{8}$$

ここで、$\mathbf{M}=\mathbf{M}_M+\varDelta\mathbf{M}_I$、$\mathbb{C}=\mathbb{C}_M+\varDelta\mathbb{C}_I$、$\mathbb{K}=\mathbb{K}_M+\varDelta\mathbb{K}_I$

式(8) の右辺の変数はすべて既知となり、変位増分$\varDelta\mathbf{d}_I$ を求めることができる。次に求めた変位増分を式(6)、(7)に代入することによって、加速度増分、速度増分を求めることができる。

反復後の収束判定については、前反復との比較、すなわち、（Ｉ－１）回目の反復での変位増分、速度増分、加速度増分を比較し、十分その差が小さいものと判断されたならば、収束したとみなす。

3.数値計算例とその考察

数値計算例として図-1に示すような寸法のはり柱を対象とした。[2] 減衰力は考えない。また、各節点の節点変位として、並進変位２成分および、面内回転変位の計３自由度での有限要素を用いて解析モデルとした。まず、本研究における解析法の妥当性を検証するために、永久弾性体と仮定して、自由端に衝撃荷重が作用した時を考える。これについては、Timoshenko[3] らが、正規関数を用いた級数解を与えている。本解析法と級数解を比較するために、自由端部に衝撃荷重としてF=1.0 を与え、その結果を自由端部の変位の時刻歴として図-2に示す。両者が非常に良く一致しているのがわかる。したがって、本解析法が十分な精度を得ていることが確認された。

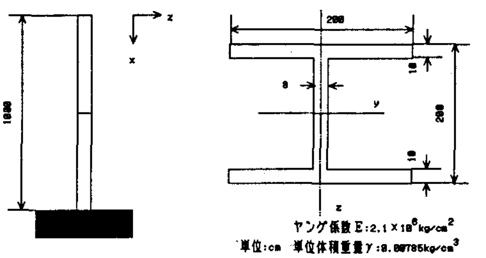

図-1 解析モデル

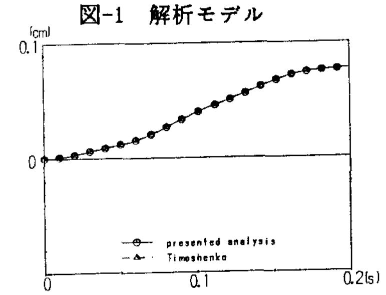

図-2 自由端変位の級数解との比較

次に、弾塑性問題を考える。応力－ひずみ関係として、完全弾塑性体を仮定し、降伏応力$\sigma_y = 2400$kgf/cm²とする。荷重は$F_M = -M_M a_M$として与え、加速度a_Mは、$a_M = -A\sin(\omega t_M)$と仮定する。ここで、$\omega = 2\pi/T$とし、周期Ｔ＝1.0sec とする。

解析結果として、自由端部の変位の時刻歴応答を図-3に示す。実線は弾塑性解析、破線は永久弾性による解析を示す。弾塑性解析において、構造物が塑性域に入るのは１周期目の始め、すなわち、0.2 秒付近である。両者、特に弾性解析にみられる、1/2 周期中に見られる２つのピークは、地震加速度周期と構造物自体が持つ固有振動周期との差から現れると考えられる。弾塑性解析では２つのピークが強く現れず、時間が経つ毎に復元力が弱くなっていることがわかる。また、弾性解析においては正負、ほぼ均等に振動しているのに対し、弾塑性解析においては最初に塑性した側に大きく変位をして振動していることがわかる。次に図-4に応力－ひずみ履歴を示す。仮定に基づいた挙動を示していることがわかる。

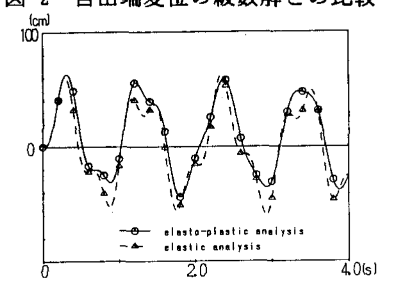

図-3 自由端変位の時間履歴

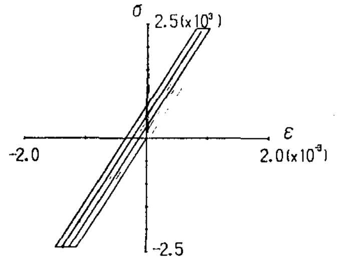

図-4 応力－ひずみ履歴

4.まとめ

本研究における解析法の妥当性を検証するためにＨ形断面はり柱の動的解析を行い、その妥当性が確認された。また、弾塑性領域についても計算を行い、その挙動の一端を解析することができた。今後は板の座屈を考慮した解析法へと拡張したい。

参考文献

1)川井忠彦:コンピュータによる構造工学講座　マトリックス法および応答，培風館，1971年2月
2)上野智弘:骨組構造物の弾塑性有限変位解析法に関する研究，岐阜大学卒業論文，1990年2月
3)Timoshenko,S.P.,Young,D.H. and Weaver,W.Jr.:Vibration problems in Engineering,4th edition. John Wiley & Sons,1974