I－1　弾性２次解析法を用いた変断面骨組の座屈設計における等価初期たわみの算定法

名古屋大学　正　員○織田博孝　名古屋大学　正　員　宇佐美勉
名古屋大学　学生員　尾島一博

1　まえがき：有効座屈長の概念を用いた現行の骨組の設計法に対して様々な疑問・矛盾が指摘され，有効座屈長の決定方法の改善や弾性2次解析法の導入が考えられている[1)]．弾性2次解析法では，あらゆる初期不整に等価な初期たわみの決定が最も重要な問題である．ここでは，等断面部材から等価初期たわみ算定式を求め，これを変断面骨組に適用する方法を提案する．

2　等価初期たわみ：まず，等モーメントM_0を受ける両端単純支持の等断面はり－柱（以下，換算柱と略す）を考える．その耐荷力は次の部材強度相関式で表される．

$$\frac{N}{N_u}+\frac{1}{1-N/N_E}\frac{M_0}{M_y}=1 \qquad (1)$$

ここに，N:作用部材軸力，Nu:柱の座屈強度曲線から求められる部材の軸圧縮強度，N_E:オイラー座屈軸力，M_0:初期曲げモーメント，My:降伏曲げモーメントである．

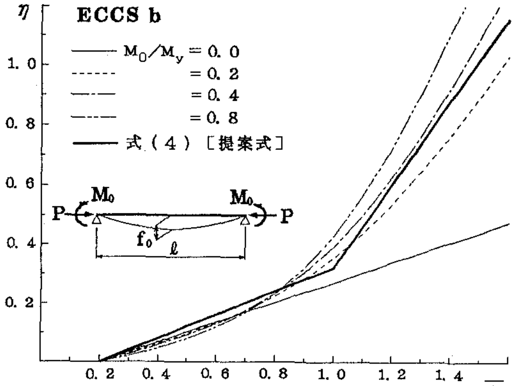
次に，弾性2次解析法では式(2)の初期たわみを考え，断面強度式(3)を満足する荷重を耐荷力と推定する．

$$y_0=f_0 sin\frac{\pi x}{\ell} \quad (2) \qquad \frac{N}{N_y}+\frac{M}{M_y}=1.0 \quad (3)$$

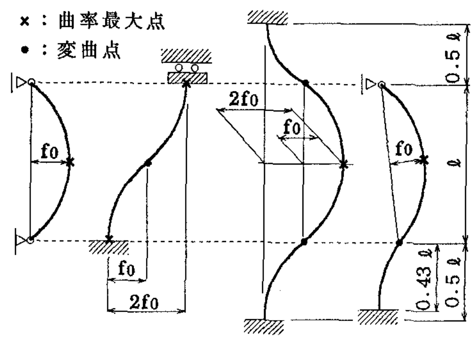
ここに，Ny:降伏軸力である．そこで，細長比パラメータ$\overline{\lambda}$とM_0を変化させ，弾性2次解析法による推定強度が式(1)に一致する部材中央の等価初期たわみを求め，図示したものが図－1である．これを最小2乗法により近似したものが，次の提案する等価初期たわみ算定式である[2)]．

$$\eta=\alpha_1(\overline{\lambda}-0.2) \qquad (0.2\leqq\overline{\lambda}\leqq1.0) \quad (4.1)$$
$$=\alpha_2(\overline{\lambda}-\beta) \qquad (\overline{\lambda}>1.0) \quad (4.2)$$

ここに，η:初期たわみの無次元量（$=f_0\cdot A/W$）であり，柱の座屈強度曲線がECCS-b曲線に対する場合，α_1=0.404, α_2=1.388, β=0.767となる．



図－1　等価初期たわみ



図－2　種々の境界条件の柱の等価初期たわみ量

3　変断面骨組への適用：理由は後で述べるが，一般の変断面骨組への適用のため，式(4)をたわみ角および曲率の表現式に変換する．それは式(2)を微分することにより，換算柱の端部のたわみ角θ_0として式(5)，中央の曲率κ_0として式(6)の形で得られる．

$$\theta_0=\frac{\eta}{\overline{\lambda}}\left(\frac{r}{e}\right)\sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \qquad (5) \qquad\qquad \kappa_0=\frac{\eta}{\overline{\lambda}^2}\left(\frac{1}{e}\right)\left(\frac{\sigma_y}{E}\right) \qquad (6)$$

ここに，e:中立軸から圧縮縁までの距離，r:断面2次半径である．まず，曲率を用いる理由を図－2で説明する．図に示す柱の$\overline{\lambda}$はすべて同じであり，中心軸圧縮柱としての強度も同じはずである．弾性2次解析によって強度を等しくする等価初期たわみは，正確には変曲点間の相対たわみとして与えなければならない．しかし，座屈モードの曲率が最大となる点で式(6)の等価初期曲率を与えれば，境界条件の影響は座屈モードに考慮されているので，変曲点の位置を考慮しなくても初期たわみを適切に算定することができる．次に変断面骨組における等価初期たわみ算定手順を説明する．

1)設計荷重を作用した初期たわみのない骨組に対して座屈固有値解析を行う．それから，細長比パラメータ$\overline{\lambda}$

（$=\sqrt{N_y/N_E}$）と座屈モードを求める．

2)先の$\overline{\lambda}$により座屈に対して弱い部材，すなわちN/Nuが最大となる部材（$\overline{\lambda}$が最小の部材と一致）に着目する．ここに，N:作用部材軸力，Nu:柱の座屈曲線に$\overline{\lambda}$を用いて求められる部材の軸圧縮強度．

3)着目部材に対して，座屈ﾓｰﾄﾞから曲率κ_mを計算する．これはﾏﾄﾘｯｸｽ法で用いる棒要素の形状関数と節点変位（座屈ﾓｰﾄﾞ値）から容易に計算できる．

4)着目部材中でκ_mが最大となる点に着目し，その点での着目部材の支持状態を考慮した等価初期曲率$s\bullet\kappa_0$を式(6)と次式(7)から求める．

$$s=\sin\xi \tag{7}$$

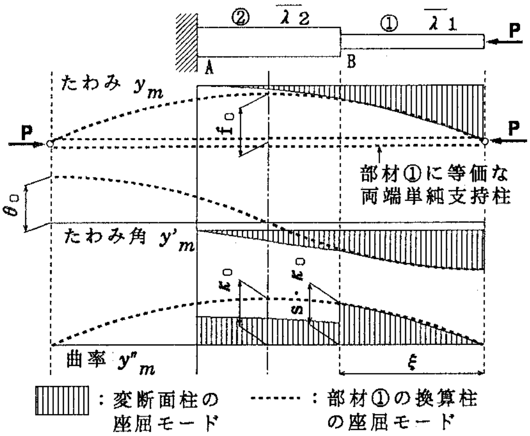
$$ここに，\xi=\cot^{-1}\left(\frac{\theta_m/\theta_0}{\kappa_m/\kappa_0}\right) \tag{8}$$

θ_m, κ_m:座屈モードにおける着目点のたわみ角および曲率

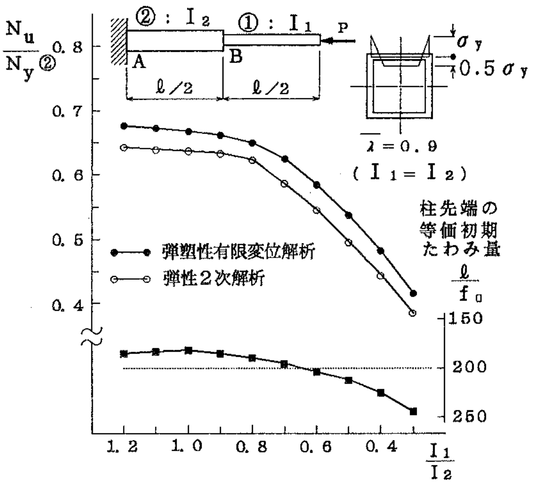
θ_0, κ_0:式(5),(6)から計算される等価初期たわみ角および曲率

5)着目点での曲率が上の等価初期曲率に一致するように，①で求められた座屈モードを比例増幅させ等価初期たわみとする．

部材の支持状態を考慮する係数sについて，図−3により説明する．図−3の例では$\overline{\lambda}$が小さい部材①に着目する．そこで，この変断面柱の座屈ﾓｰﾄﾞに部材①に等価な換算柱の座屈ﾓｰﾄﾞを合わせてみると，曲率最大点Bは換算柱の中央点に一致しない．したがって，着目点Bに与える曲率は換算柱中央のκ_0ではなく，対応する$s\bullet\kappa_0$とするのが合理的である．そのために，式(8)により換算柱における対応位置ξを求め，式(7)により換算柱中央と対応点の比sを求める．一般の複雑な変断面骨組に対して，座屈ﾓｰﾄﾞ図から係数sを求めることは困難であるが，式(7),(8)によれば着目点の諸量だけで機械的に求めることができる．つまり，着目点の座屈ﾓｰﾄﾞにおける，たわみ角と曲率の比を換算柱の等価初期たわみ角，等価初期曲率で規準化した値だけで求められる．したがって任意の変断面骨組に適用でき，極めて汎用性が高い方法と言える．



図−３　変断面部材の等価初期たわみの決定



図−４　変断面片持柱の軸圧縮強度

4　解析例：提案法による解析例を図−4に示す．これは中心軸圧縮を受ける箱形断面片持柱（圧縮残留応力0.5σy）で，等断面の基準状態で$\overline{\lambda}$=0.9となる高さを設定している．この例では，部材①と②の断面2次ﾓｰﾒﾝﾄ比を変えて解析している．I_1/I_2>1.0では等価曲率は下端Aで決まる．一方，I_1/I_2<1.0では等価曲率は柱の断面変化点Bできまる．断面変化点での部材の支持状態に応じた係数sを考慮するため，等価初期たわみ量の変化は着目点が変わるI_1/I_2=1.0で不連続にならず合理的に算定されている．弾性2次解析による推定強度は，弾塑性有限変位解析（MARC）に比べ多少控えめであるが十分に良い相関関係にあることが分かる．

5　あとがき：提案した方法は簡単ながら汎用性があり，現行法では困難な骨組も合理的に設計できる可能性がある．また，システマチックな方法であるため，自動設計システムに取り入れることも容易である．

参考文献：1)宇佐美：鋼骨組構造物の座屈設計法の問題点，第1回SGST拡大研究会論文集，1991年11月
2)織田,宇佐美：弾性2次解析法を用いた変断面骨組の座屈設計に関する一提案，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，1993年3月