CS 48　軸対称状態での相変態の進行に関する基礎的研究

東京大学工学部　学生員　○亀田敏弘
東京大学工学部　正員　堀　宗朗

1．はじめに

巨大地震を正確に予知し合理的に対処するためには、地震の発生機構を力学的に理解することが必要である。深層での地震発生の要因の一つとして、地殻やマントルの相変態が考えられている[1]。これは、相変態に伴って滑りが発生し、地震が引き起こされるという予想である。現在までに種々の研究が行われているが、深層部の圧力が相当高く、また、変態の進行の速度が速いため、この現象を力学的に扱うことは困難であった。

近年、より高性能の合金や複合材料を作るため、材料の相変態は材料科学の分野において積極的に研究されている。特に、相変態やその進行に関する力学現象を考えるための理論がいくつか提案されている[2,3]。これらの理論では、相変態を起こした部分と周囲の境界と、相変態に伴うエネルギーの散逸を、厳密に考えることに特徴がある。したがって、これらの理論は一般性が高く、深層地震発生の要因となる相変態の理解に適用することが期待される。

局所的に発生した相変態が周囲に広がって進行することが、深層地震発生の引き金になるという予想の基に、本研究では、高圧力下で発生した相変態の進行を理論解析する。解析は簡単な２次元平面軸対象状態を設定し、相変態が起こった場合に、どのように進行するかを検討する。

2．定式化

遠方で圧力σ^oを受ける無限体中において、半径sの円形上の領域に相変態が生じ、この領域が時間tと共に変化する問題を考える（図１参照）。簡単のため、以下の２つの仮定を設ける。1) 無限体は線形弾性体であり、相変態によってヤング率Eが大幅に低下する。2) 相変態の進行速度は弾性波速度より遅く、相変態に伴う変形も小さいため、準静的な微小変形が伴う。なお、$r=s$において物性や物理量が不連続となるため、$r<s$と$r>s$領域の物性や物理量を上添え字$-$と$+$で表す。

相変態によって、境界での不連続性には次の２つの条件が課される。第１に、相変態に伴う応力の不連続性には、運動量の保存から次の式を満足する[2]。

$$[\sigma_{rr}] = \Pi - \rho[v_r]\dot{s} \tag{1}$$

ここで、$[\cdot]=(\cdot)^+-(\cdot)^-$であり、$\Pi$は表面張力$c$によって$c/s$として与えられる相変態の加速力である。準静的状態の仮定により、式(1)の$[v_r]$の項を無視することができるため、

$$[\sigma_{rr}] = \Pi \tag{2}$$

を得る。第２に、熱力学第２法則より、相変態に伴うエネルギーの散逸が満足されなければならない。これは、材料の歪・運動・相のエネルギーをUとすると、以下の条件となることが知られている[3]。

$$(\Pi - [U])\dot{s} \le 0 \tag{3}$$

材料が高圧下にあるため、Uを歪エネルギーによって近似する。また、この不等式の左辺を２次の項までテーラー展開をすると、不等式(3)が常に成立するためには、

$$\Pi - [U] = -\beta\dot{s} \tag{4}$$

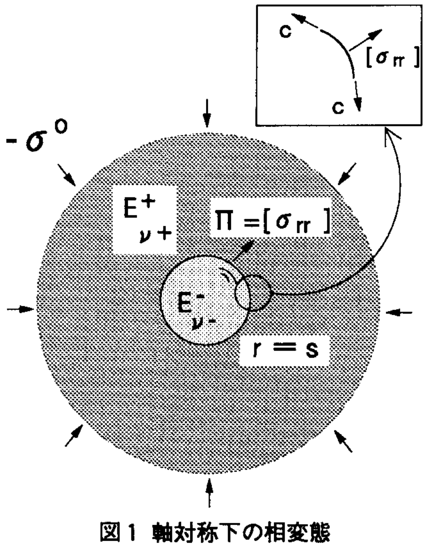

図１　軸対称下の相変態

を満たす$\beta>0$が存在することになる[3]。変位の連続条件と式(2)から、与えられたsとσ^oについて応力場が

解け、歪エネルギーの差 $[U]$ が決定される。これを式 (4) に代入し、c とβを定数として近似すると、$s = s(t)$ に関する支配方程式が得られる。

$$\frac{1}{E^+}\left\{(1+\nu^+)\sigma^{+2} - 2(1+\nu^+)\sigma^+\sigma^o + 2\sigma^{o2}\right\} - \frac{1}{E^-}(1-\nu^-)\sigma^{-2} - \Pi = \beta\dot{s} \tag{5}$$

したがって、適当な初期条件 $s(0) = s_0$を設定すると、微分方程式を解くことで相変態の進行が決定される。

3. 数値解析

地下 $100km$ の岩盤の状態を想定して、$E^+ = 2.5 \times 10^{10}Pa$, $E^- = 1/1000E^+$ $\nu^+ = \nu^- = 0.25$, $\sigma^o = 2.5 \times 10^9$を設定した。相の境界半径 s の時間変化を解析した結果を図2に示す。但し、相変態の進行速度はパラメータβに依存するので、時間軸は相対的なものである。縦軸は、s を収束する半径 s^cで無次元化している。相変態の進行は、s_0に依存しており、$s_0/s^c = 20.45$ を境に相変態の進行と収束が分岐する。また、$s_0/s^c < 1$ では、相変態は一旦進行するが、最終的には s^cに収束する。

次に、相変態の進行と収束に対する拘束圧σ^oの影響を調べる。微分方程式 (5) を $E^-/E^+ \ll 1$ のもとで近似すると、

$$(1+\nu^+)p^2 - (2(1+\nu+)\epsilon^o + 1)p + 2\epsilon^{o2} = \frac{\beta}{E^+}\dot{s} \tag{6}$$

となる。ここで、p とϵ^oはそれぞれΠ/E^+とσ^o/E^+として与えられる無次元量である。式 (6) の左辺は p の二次式であるから、判別式 $D < 0$ のとき、常に$\dot{s} > 0$ となる。一方、$D > 0$ のときは、図2のように、初期条件 s^oにより相変態は進行する場合と収束する場合に分岐する。$E^+ = 2.5 \times 10^{10}Pa, E^- = 1/1000E^+, \nu^+ = \nu^- = 0.25$ のとき、相変態が収束する領域を図3に示す。$D = 0$ の時に収束する半径を s_0^cとし、縦軸、横軸にはそれぞれ無次元量$\sigma^o/E^+, s_0/s_0^c$をとっている。

以上の結果から、拘束圧がある限界を越えて増加すると、一旦発生した相変態は不安定に成長することになる。一方、拘束圧がこの限界以下であれば、初期の相変態の大きさが小さければ相変態はある一定の大きさになる。上記のように、地下 $100km$ を想定すると、限界の拘束圧は 10%程度の歪みに対応し、また、収束する相変態の大きさは $7.0\times10^{-3}m$ となる。ただし、表面張力は $1.0\times10^8 N/m$ である (厚さ $1m$ の部分に $1.0\times10^8 Pa$ の応力が生じていることに対応)。

したがって、通常は成長しない相変態の領域も、何らかの理由で地中圧力が増加した場合、不安定に進行し、深層地震発生に関与する可能性があることが示唆される。

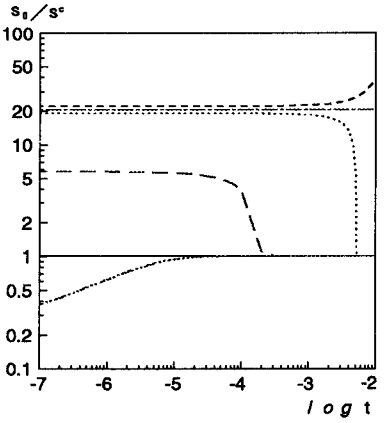

図2 相変態の進行と収束

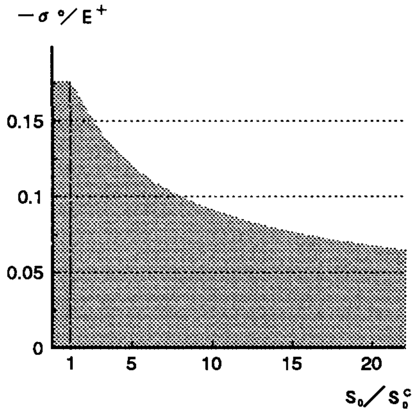

図3 相変態が収束する領域

4. おわりに

本研究では、準静的状態の仮定に基づき定式化を行い、拘束圧力の増加により相変態が不安定に成長する可能性を示すことができた。

参考文献

[1] Hiroo Kanamori. *Mantle Beneath the Japanese Arc*, Phys. Earth Planet. Interiors, **1970**.

[2] Rohan Abeyaratne, James K. Knowles. *Kinetic Relations and the Propagation of Phase Boundaries in Solids*, Arch. Rational Mech. Anal., **1991**.

[3] Morton E. Gurtin, Allan Struthers. *Multiphase Thermomechanics with Interfacial Structure*, Arch. Rational Mech. Anal., **1990**.