土木学会第48回年次学術講演会（平成５年９月）

CS 41　非局所理論に従う材料の変形の局所化

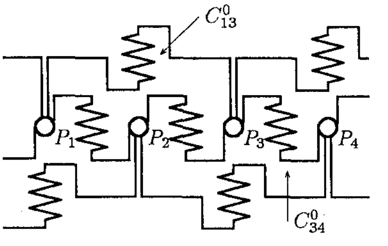
東北大学　学生員　○小山　茂
東京大学　正　員　堀　宗朗
東北大学　正　員　岩熊哲夫

1.　まえがき

地盤材料の変形の局所化によって発生するせん断帯の内部の挙動に関連し，局所化している部分の大きさ，具体的には土粒子の何倍の厚さを持つかに興味がある．この厚さは，地盤材料の粒状体としての性質から大きな影響を受けると考えられる．したがって，構成モデルと微視的扱いとの二点に着目し，非局所理論に基づく構成則に従う簡単なばねモデルを対象として変形の局所化解析を試みる．

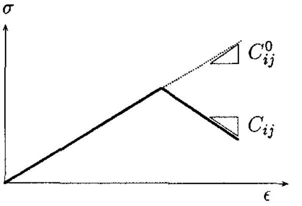
2.　構成モデルと解析法

せん断を受ける地盤材料の最も簡単なモデルとして，**図−1** に示したような一列に並んだ無限個の粒子列を考える．すべての粒子は球形で，同じ粒径 a を有するものとする．また構成モデルとして非局所理論の特徴を含めるために，隣接する粒子間以外にも異なるばねを挿入し，粒子の相互作用を考慮する．ここでは簡単のために，すぐ隣と一つ隣との粒子の間にばねがある二重ばねモデルを対象とし，外力もせん断のみとした．図示したように，ある質点 P_i と質点 P_{i+1}，あるいは質点 P_{i+2} とがそれぞればね定数 $C^0_{i(i+1)}=C^0(1)$，$C^0_{i(i+2)}=C^0(2)$ のせん断ばねで連結されているものとする．



図−1　二重ばねモデル

ばねの構成則を **図−2** のように仮定し，この系に無限遠で外力を作用させて均一な変形を生じさせた後に，外力を微小に変化(除荷) させる．このとき，ある一本のばねが軟化し，その後はそのばねの伸びにより周囲のばねも次々に軟化するものとする．このように，微少な外力変化によって系が不均一になるため，一様な変形状態が崩れた結果，局所化現象が発生する可能性がある．相互作用によって軟化したバネの総数を n 本とする．均一性の喪失による質点 P_i の変位の変化を u_i とし，ばねの伸び変形の変化を ϵ_{ij}，ばねに働く力の変化を σ_{ij} とすると，それぞれ次の様に関係付けられる．



図−2　ばねの構成則

$$\epsilon_{ij}=u_i-uj=\epsilon^0_{ij}+(u^d_i-u^d_j),\qquad \sigma_{ij}=C_{ij}\,\epsilon_{ij} \quad\cdots\cdots(1)$$

ただし，式 (1-b) は ϵ_{ij} を一様ひずみ ϵ^0_{ij} と乱れ成分とに分解した式である．したがって，つり合い式は

$$\sum_i\sigma_{ij}=\sum_i C_{ij}\,(u^d_i-u^d_j)+\sum_i C_{ij}\,\epsilon^0_{ij}=0 \quad\cdots\cdots(2)$$

式 (2) を解けばバネの変形が求まり，どのように局所化現象が発生するか解明できる．しかしここではこの式を直接解く代わりに，よく介在物問題で使われる等価介在物法を用いることにする[1]．つまり，軟化したばねも軟化前のばね定数 C^0_{ij} を有する均一な材料系に置き換える一方で，軟化したばねに非整合成分に相当する「初期応力」のようなものを有するものと考える．これにより，ばねの内力は

$$\sigma_{ij}=C^0_{ij}\,\epsilon_{ij}+\sigma^*_{ij} \quad\cdots\cdots(3)$$

と表してもよくなる．ただし，σ_{ij}^* は式 (3) が式 (1-3) に等しくなるように導入した非整合応力である．したがって式 (2) を書き改めると

$$\sum_i C_{ij}^0 (u_i^d - u_j^d) + \sum_i \sigma_{ij}^* = 0 \quad \cdots\cdots (4)$$

元の均一な系に関するつり合い式とグリーン関数 G_{ij} を用いれば[2]，変動変形成分は次式で求まる．

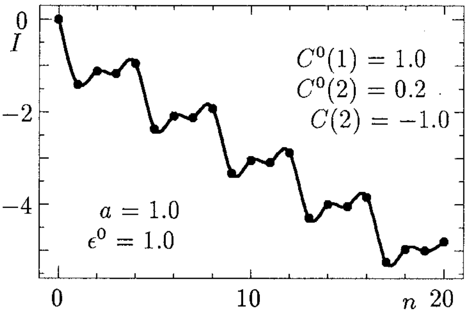
$$u_i^d = -\sum_l G_{il} \sum_k \sigma_{lk}^*, \qquad G_{ij} = \frac{a}{2C_0}\{-|n| + (-1)^{|n|}\frac{2\beta}{\sqrt{1+4\beta}}\left[\frac{(\sqrt{1+4\beta}-1)^2}{4\beta}\right]^{|n|}\}$$

$$n = |i-j|, \quad \beta = C^0(2)/C^0(1), \quad C_0 = C^0(1) + 4C^0(2) \quad \cdots\cdots (5)$$

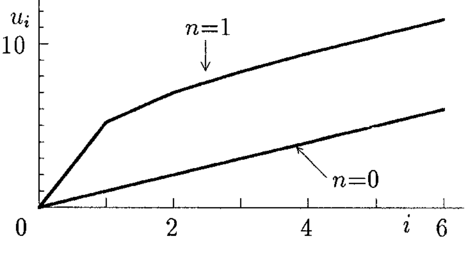
また，σ_{ij}^* は式 (1-c)，(4) により決定されるので，以上の式によって二重バネ系の変形挙動を追跡することができる．

3. 解析結果

数値計算によって u_i^d を求め，微小に外力を変化させる前後でのひずみエネルギーの変化 $I(n)$ を計算し，局所化現象の発生の可能性を調べた．ただし，軟化するばねは外側のばねだけとした．図－3 に計算結果の一例と用いた材料定数を示した．$C(2)$ は軟化後のばね定数，ϵ^0 は $\epsilon^0_{i(i+2)}$ を表わす．縦軸は $I = I(n) - I(0)$ とした．



図－3 ひずみエネルギーの変化



図－4 変形の概略図

軟化するばね数 n が増えるほどひずみエネルギー I の値は小さくなる傾向を示しているが，n に関して周期的に極小点が現われる．ある極小点に相当する系の状態で，さらに軟化するバネを一本増すと，系に蓄えられるひずみエネルギーは増加することから，ここで考えているように一本ずつ軟化させる場合には，n の小さい方から最初に現われる極小値を与える n が実際に軟化するバネの本数である．この材料による例では軟化するばねの本数は一本である．

軟化するばね係数の影響を調べるために，$C(2)$ の値だけを変化させて計算を行なったところ，$C(2) > -0.585$ では常に $I(1) > I(0)$ となり，この範囲では変形は均一で局所化は発生しない．一方，$C(2) < -0.585$ では必ず局所化が発生するのであるが，軟化するばねの本数は常に一本であった．他の諸量を変化させた場合も同様であった．これは，粒子間の相互作用の範囲を粒子二個分に設定したためによるものであり，この範囲を更に広げることによって，$n = 2$ 以上の解も得られると考えられる．

図－4 に局所化現象が発生したときの変形の概略図を示した．軟化したばねの本数は一本であるが，そのばねの伸びが外側へも影響するために，局所化現象の発生する領域はおよそ粒子 5 個分の幅となる．

4. 結論

非局所理論に従う材料モデルを用いた解析により，粒状体の変形の局所化現象には粒子間の相互作用が大きな影響を及ぼすという結論を得た．

参考文献

1) Mura, T. : Micromechanics of Defects in Solids, Martinus Nijhoff Publ, 1982
2) Kunin, I.A. : Elastic Media with Microstructure I, Springer Series in Solid-State Sciences Vol.26, 1982