土木学会第48回年次学術講演会（平成５年９月）

CS 40　大ひずみ状態にある弾塑性体の変形性状に及ぼすスピンの影響

足利工業大学　正　黒田充紀

1．はじめに

大ひずみ解析のための速度形構成式を記述するにあたり，客観応力速度を定義するスピンテンソルに関する多くの議論がある．連続体スピンに加えて，Green-Naghdi のスピン [1]，変形勾配の極分解において得られるストレッチテンソルの主軸のスピン [2] そして塑性スピン [3] などがこれまでに活発に議論されてきた．しかし，ほとんどの有限要素コードが連続体スピンによる Jaumann 速度を採用しており，その他のスピンによる解析例は少なく，スピンの選択が大ひずみ挙動に及ぼす影響は依然として明確になっていない．本研究の目的は，大変形状態にある弾塑性体の力学的挙動に及ぼすのスピンの効果を有限要素解析をとおして考察することである．

2．構成式

デカルト座標において速度形構成式は次式のとおりである．

$$\overset{\triangledown}{\boldsymbol{\sigma}} = \widetilde{\boldsymbol{D}} : \boldsymbol{D}, \quad \overset{\triangledown}{\sigma}_{ij} = \widetilde{D}_{ijkl} D_{kl} \tag{1}$$

ここに，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力，上付き $\triangledown$ は客観速度，$\widetilde{\boldsymbol{D}}$ は材料係数テンソル，$\boldsymbol{D}$ は変形速度テンソルまたはストレッチングテンソルである．客観応力速度は一般的に次のとおりである．

$$\overset{\triangledown}{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Omega} \tag{2}$$

ここに，$\boldsymbol{\Omega}$ は $\boldsymbol{\Omega}^t = -\boldsymbol{\Omega}$ の特性をもつスピンテンソルであり，その成分は瞬間剛体回転速度を表すとされる．

従来，以下に示すようなスピンが定義されている．

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Omega} &\equiv \boldsymbol{W} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{L} - \boldsymbol{L}^t) &&：\text{連続体スピン}, \\
&\equiv \boldsymbol{\Omega}_G = \dot{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{R}^t. &&：\text{Green-Naghdi のスピン}, \\
&\equiv \boldsymbol{\Omega}_V = \dot{\boldsymbol{Q}}\boldsymbol{Q}^t &&：\text{左ストレッチの主軸のスピン}, \\
&\equiv \boldsymbol{\Omega}_m = \boldsymbol{W} - \frac{1}{2}\rho(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{D}^p - \boldsymbol{D}^p\boldsymbol{\alpha}) &&：\text{塑性スピンを考慮した剛体スピン}.
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{L}$ は速度勾配$= \partial\boldsymbol{v}/\partial\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{v}$=速度，$\boldsymbol{x}$=変形後の座標．ストレッチングテンソル $\boldsymbol{D}$ は $\frac{1}{2}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{L}^t)$ に等しい．変形勾配テンソル $\boldsymbol{F} = \partial\boldsymbol{x}/\partial\boldsymbol{X}$ ($\boldsymbol{X}$ は変形前の座標) の極分解は $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{V}\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}\boldsymbol{U}$ で，$\boldsymbol{V}$ と $\boldsymbol{U}$ はそれぞれ左ストレッチ，右ストレッチ (ともに対称) と呼ばれ，$\boldsymbol{R}$ は有限回転テンソル (直交) と呼ばれる．ドット記号は物質導関数．さらに，$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{Q}^t$ と表せて，$\boldsymbol{\Lambda}$ は $\boldsymbol{V}$ の主値からなる対角テンソル，$\boldsymbol{Q}$ は直交テンソル．$\boldsymbol{\alpha}$ は移動硬化則 (本研究では Ziegler 則) における背応力，ρ は正の材料定数，$\boldsymbol{D}^p$ は $\boldsymbol{D}$ の弾塑性分解 $\boldsymbol{D}=\boldsymbol{D}^e+\boldsymbol{D}^p$ における塑性部分．

3．FEM解析

以上の構成式を速度形仮想仕事の原理に適用して大ひずみ FEM プログラムを作成した．直接増分 (explicit Euler) 法を採用し，一増分内で相当塑性ひずみの増分が 0.002 を越えないように制御する．用いた要素はいわゆる crossed triangles element である．材料特性はヤング率 $E = 200$GPa，ポアソン比 $\nu = 1/3$，初期降伏応力 $\sigma_{y0} = 400$MPa，塑性スピンの材料定数 ρ は $1.02/\sigma_{y0}$ と $10/\sigma_{y0}$．硬化曲線は $\bar{\sigma} = b(a + \bar{\varepsilon}^p)^n$ であり，ここに $\bar{\sigma}$ は von Mises 相当応力，$\bar{\varepsilon}^p$ は相当塑性ひずみ，$b = 589$MPa, $a = 0.002$，$n = 0.0625$.

問題は，せん断変形を受ける，幅 W_0 (x_1 方向) が 1，高さ H (x_2 方向) が 2 の長方形平面ひずみブロックである．境界条件は，上下辺は固着，左右辺は自由である．高さを保ったまま上辺に強制変位を作用させて x_1 方向にせん断変形させる．固着辺に作用する x_1 方向の表面力の積分値を P_1，x_2 方向のそれを P_2 とする．

Fig.1 は変形前のメッシュと変形後のメッシュ($U/W_0 = 2.0$, U は x_1 方向の変位) である．$\boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{\Omega}_G$, $\boldsymbol{\Omega}_m$($\rho = 1.02/\sigma_{y0}$) を用いた場合は，上下のくびれがその他の場合に比べてきびしい．このようにスピンの効果は全体的な変形状態に現れている．

Fig.2 は U と P_1 および P_2 の関係である．**Fig.1** でくびれがきびしい試験片の P_1，P_2 は，その他に比べて小さくなっている．スピンの評価方法により，最大荷重値に違いが現れることは工学的に重要な問題点であり，今後さらに研究する計画である．

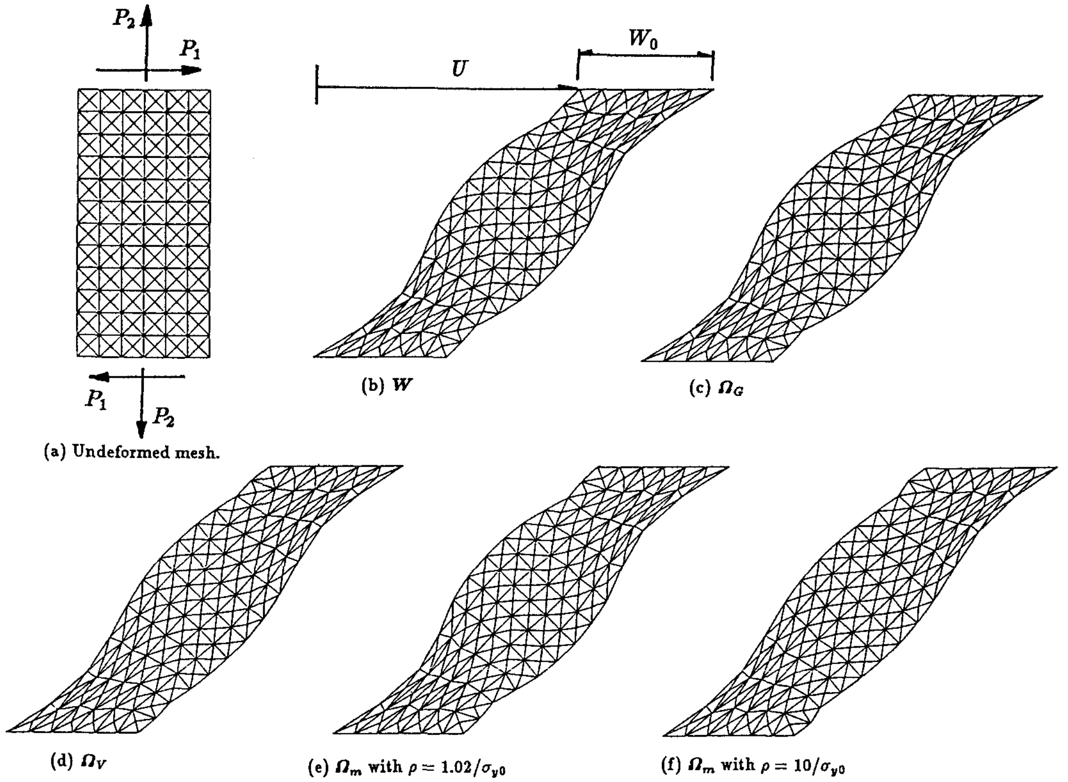

Fig.1 Undeformed mesh and deformed meshes due to shear at $U/W_0 = 2.0$.

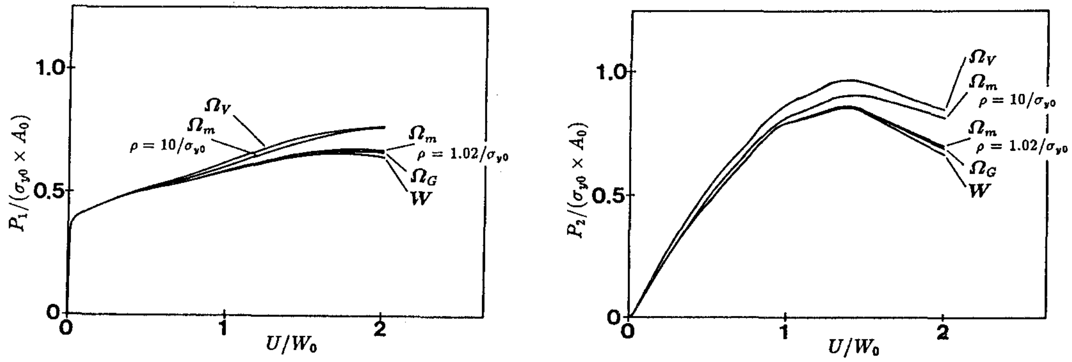

Fig.2 Relationships between end-displacement and total forces.

参 考 文 献

[1] Dienes,J.K., Acta Mech. 32, (1979) 217–232.

[2] Sowerby,R. and Chu,E., Int. J. Solids and Structures 20 (1984) 1037-1048.

[3] Dafalias,Y.F., in : A.Sawczuk and G.Bainchi, eds., Plasticity Today: Modelling Methods and Applications (Elsevier, London, 1985), 865–871.