

武蔵工業大学大学院 学生員 服部尚道
 武蔵工業大学学生 西村尚朋
 武蔵工業大学工学部 正会員 吉川弘道

1. 本研究の目的

圧縮荷重を受けるコンクリートの単軸部材を対象とし、応力一様状態で、軟化領域と除荷領域の両者が存在する場合の、平均的な応力～ひずみ関係の記述方法と安定／不安定条件について考察する。

2. 構成則に関する定式化

荷重ピーク以降において、軟化領域 ΩL と弾性除荷領域 $(1-\Omega)L$ が混在する単軸一様応力場を考え、Table 1に示す諸記号を定義する(Ω は $0 \leq \Omega \leq 1$ なる軟化領域のパラメーター、 L は部材長さ)。ここで、部材端部の変位を u^* 、反力を $P_0 = A \sigma_0$ とする(ただし、 A は部材断面積である)。また、Fig.1は、載荷状態の応力～ひずみ関係と接線剛性の変化を例示したものである。以下に主要な支配方程式を増分形式にて示す。

① 変形に関する適合条件：

$$d u^* \equiv \int_L d \varepsilon(x) d x = \Omega L \cdot d \varepsilon_t + (1-\Omega)L \cdot d \varepsilon_u \quad (1)$$

$$\therefore d \varepsilon^* = \Omega \cdot d \varepsilon_t + (1-\Omega) \cdot d \varepsilon_u, \quad (d \varepsilon^* \equiv d u^* / L) \quad (2)$$

② 各領域での構成関係：

$$\text{軟化領域} \rightarrow d \sigma_t = E_t \cdot d \varepsilon_t, \quad (E_t = E_t(\varepsilon_t)) \quad (3)$$

$$\text{除荷領域} \rightarrow d \sigma_u = E_u \cdot d \varepsilon_u, \quad (E_u = E_u(\varepsilon_u)) \quad (4)$$

③ 平衡条件(一応断面一様応力状態を仮定)：

$$\int_A d \sigma_t \cdot d A = \int_A d \sigma_u \cdot d A = d \sigma_0 A \quad (5)$$

以上を整理し、次式のような単軸部材全体としての増分形式による構成関係式を導出した(ただし、 $k = -E_t / E_u > 0$)。

$$d \sigma = E^* \cdot d \varepsilon^*, \quad E^* = \frac{E_t}{(1+k)\Omega - k} \quad (6)$$

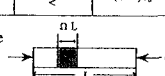
$\varepsilon^* = u^* / L$ にて得られたひずみは両領域が混在する部材の平均的なひずみを表し、 E^* は等価な弾性係数となる。次に、単軸圧縮応力下における載荷状態の接線係数 E_t と除荷剛性 E_u を次のように仮定する(f_c' は圧縮強度、 ε_c' はそのときのひずみ、 m は定数を表す)。

$$E_t = - \frac{(m-1)^2 \left\{ \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_c'} \right)^m - 1 \right\}}{\left\{ \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_c'} \right)^m - 1 + m \right\}^2} \cdot \frac{m}{m-1} \cdot \frac{f_c'}{\varepsilon_c'} \quad (7)$$

$$E_u = \frac{d \sigma}{d \varepsilon_t} \Big|_{\varepsilon_t = \varepsilon_c'} \cong 0.9 \cdot \frac{m}{m-1} \cdot \frac{f_c'}{\varepsilon_c'} \quad (\text{一定}) \quad (8)$$

このような条件で、 Ω をパラメーターとした変位制御による数値計算結果をFig.2に示す。(a)は、増分重ね合せ法によって得られた応力と平均ひずみとの関係であり、(b)はこのときの剛性比 k の変化を示している。

Table 1 List of Variables Defined in the Study

	Length	Applied stress	Young's Modulus	Displacement	Strain
softening region (fracture)	ΩL	σ	$E_t < 0$	u_t $u_t > 0$	ε_t $\varepsilon_t > 0$
unloading region (elastic)	$(1-\Omega)L$	σ	$E_u > 0$	u_u $u_u < 0$	ε_u $\varepsilon_u < 0$
total deformation	L	σ	$E^* = \frac{E_t}{(1+k)\Omega - k}$	$u^* = u_t + u_u$ $u^* > 0?$	$\varepsilon^* = u^* / L$ $\varepsilon^* = (1-\Omega)\varepsilon_u + \Omega\varepsilon_t$
remarks	Ω : normalized fracture zone $k = -E_t / E_u$				

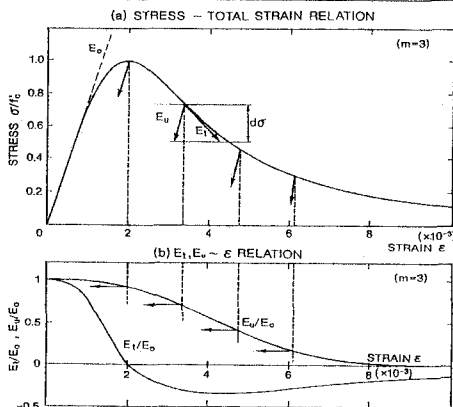


Fig.1 Elastic-Softening Behavior of Concrete

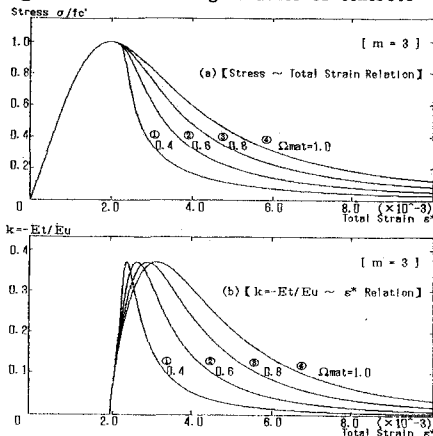


Fig.2 Parametric Numerical simulation of Stress and Average Strain Relation

3. 安定/不安定条件の導出

次に、部材の全ポテンシャルエネルギーの第2変分を求め、その正負の符号から不安定平衡の判定を行う。これは、座屈問題における常套手段[3]であり、Bazantらが指摘する第2仕事 $\delta^2 W$ の符号による吟味[4]と等価である。これは、最終的に次式のように定式化することができる。

$$\frac{2 \cdot \delta^2 W}{L A} \begin{cases} = \frac{(1-\Omega)\{(1+k)\Omega - k\}}{\Omega} \cdot E_u \cdot (\delta \varepsilon_u)^2 & (9) \\ = -\frac{\Omega \{(1+k)\Omega - k\}}{k(1-\Omega)} \cdot E_t \cdot (\delta \varepsilon_t)^2 & (10) \end{cases}$$

従って、第2仕事 $\delta^2 W$ の符号から次のような安定/不安定条件を区分することができる。

$$\Omega > \frac{k}{1+k} \rightarrow \text{安定: } \delta^2 W > 0, \quad \Omega < \frac{k}{1+k} \rightarrow \text{不安定: } \delta^2 W < 0 \quad (11)$$

以上の安定条件は、式(6)における等価剛性 E^* の符号と等価となり、 $E^* < 0 \rightarrow$ 安定、 $E^* > 0 \rightarrow$ 不安定という結果になる。このことは、軟化 \rightarrow 安定、snapback \rightarrow 不安定という帰結を意味する。ただし、これは、変位境界が制御された状態のときのみ有効であることを付記する。

4. 数値シミュレーションと実験結果との比較

snapbackを生じる場合、安定的に計算を行うため変位制御に代わる新しいパラメーターによる増分計算を行う。これを正規化座標傾斜法とよぶことにし、Fig.3は、傾斜角 θ に依存しないことを示し、その妥当性を示唆するものである。

次に、材料の特性に応じた Ω の評価を次式のような簡易的なモデル化を仮定した。

$$\Omega = 1 - (1 - \Omega_{mat}) \left(\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_c}{\varepsilon_{mat} - \varepsilon_c} \right) \quad (12)$$

Ω_{mat} は材料固有の局所化領域の最小値で、 ε_{mat} はこれに至るときのひずみを表す。Fig.4は、 $\Omega_{mat} = 0.1$ とし、 $\varepsilon_{mat} = 0.0025 \sim 0.0035$ に変化させて行った数値シミュレーション結果であり、 ε_{mat} に大きな影響を受けることがわかる。

Fig.5は、van Mierによる角柱共試体を用いた単軸圧縮試験結果[2]と比較したものである。本手法の適用に際して局所化領域の最小値を、次のように考えた。

$$\Omega_{mat} = n G_{max} / L, \quad (G_{max}: \text{骨材の最大寸法}, n=3) \quad (13)$$

この計算結果は実験値とよく合致し、少なくとも寸法効果を明瞭に表現していることがわかる。

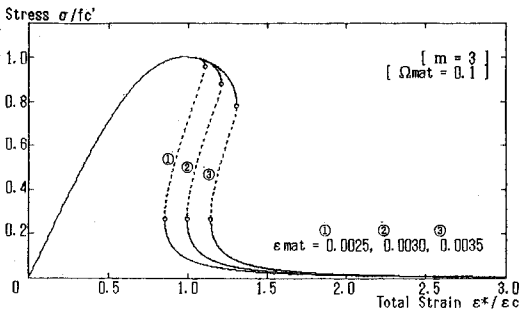


Fig.4 Numerical Demonstration for Snapback Behavior based on Various ε_{mat}

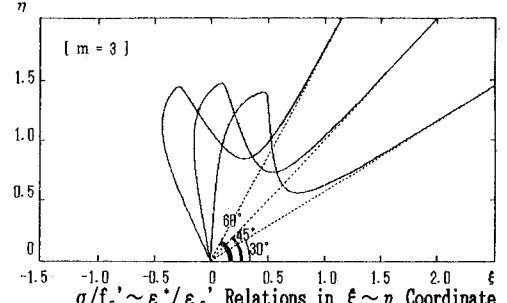


Fig.3 $\sigma/f_c' \sim \varepsilon^*/\varepsilon_c'$ Relations in $\xi \sim \eta$ Coordinate at Different Inclined Angles ($\theta=30, 45, 60$ deg.)

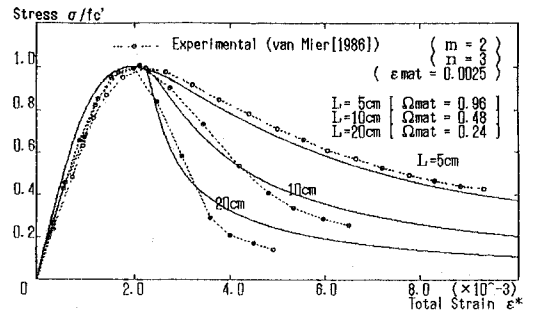


Fig.5 Comparison with Experimental Results

<参考文献>

- [1]小柳治、六郷恵哲:コンクリート供試体の下降域を含む荷重-変位曲線の自動計測システム、土木学会論文集、第354号/V-2, pp. 119-128, 1985年2月
- [2]van Mier, J.G.M.: Multiaxial Strain-Softening of Concrete; Part I: Fracture, Part II: Load Histories, Materials and Structures, 111(18):Vol. 18, N 111, 1988, pp. 179-200.
- [3]例えば、Tanchert, T.R. (鷲津・岩本訳): 構造力学とエネルギー原理、ブレイン図書出版、1979, p. 337
- [4]Bazant, Z.P.: Instability, Ductility, and Size-Effect in Strain-Softening Concrete, ASCE, Vol. 102, No. EM2, Apr., 1976, pp. 331-344.