# V－170　信頼性理論によるコンクリート劣化の検討

北見工業大学　正員 桜井　宏　正員 鮎田耕一
北海道大学　正員 佐伯　昇　日鉄高炉ｾﾒﾝﾄ 正員 藤田嘉夫
大成建設　正員 鈴木明人

1.はじめに　コンクリート構造物の耐用年数を予測評価したり維持管理する場合に，適切にコンクリートの劣化を予測することが重要である．また，発生する劣化の管理上の限界値(劣化限界値)の設定や，それを超過する確率の経時的な把握が必要となる．本研究では，これらを可能とするために劣化の予測評価に信頼性理論を導入を試みる．　例として，最近のコンクリートの付加価値として要求されるようになった美観や，鉄筋のかぶりの劣化に大きな影響を与えるものと考えるられる寒冷地のコンクリートの構造物の劣化現象の一つの表面剥離に対する劣化の評価を行う．

2.検討方法

2.1設定値の過程　検討手順をFig.1に示す．表面剥離深さ(各面の平均被害深さ)がある基準を越える事を故障(ハーザード)と仮定する．　そこで，劣化限界を表面剥離深さ20mmとして，その劣化限界の1/10である表面剥離面積率が2mmを超過した時をコンクリート表面に被害(故障またはハザード)が発生したとし，何らかの補修を必要とすると考え，これを設定値と仮定する．そこで設定値である2mmとその徴候を示す1mmを超過することに対する信頼性解析を行う．

2.2検討データ　筆者らが寒冷地の海洋環境下の紋別で継続している曝露試験の2年から12年までの測定値を用いた[1]．これらの測定値をデータとし以下に示す係数を求める．解析結果の検定は小標本おいて一般に信頼できると考えられている対数尤度に基づく検定を行った．

2.3解析方法　寿命分布の確率密度関数(p.d.f.:probability density function)をf(t)とし，故障率関数を考える．　微小期間dtの長さの区間の故障率をλ(t)としtの関数を考えれば，これを故障率関数λ(t)と寿命分布のp.d.f.f(t)との関係は以下である．

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(x)dx} \quad \text{------式(1)}$$

上式により，寿命分布のp.d.f.のf(t)が与えられれば，任意に故障率(瞬間故障率)関数(instant failure rate function)λ(t)を導出することができる．λ(t)はハザードレート関数(hazard rate function)とも呼ばれている．また，寿命分布のp.d.f.をf(t)とすると，任務時間$t_0$以上の寿命が実現する確率は信頼度と呼ばれる．これを，$R(t_0)$とおくと，下式となる．

$$R(t_0)=\int_{t_0}^{\infty} f(x)dx \quad \text{------式(2)}$$

この信頼度を時間tの関数としてR(t)とおき，これを信頼度関数(reliability function)という．
また，式(1)の両片の変数tをxに置き換えて，式(2)を代入し0からtまで積分すると，

$$\int_0^t \lambda(x)dx=\int_{t0}^{\infty}\frac{f(x)dx}{R(x)} \quad \text{------式(3)}$$

式(3)をR(t)について解くと次式を得る

$$R(t)=\int_t^{\infty} f(x)dx=\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right) \quad \text{------式(4)}$$

式(4)の両辺を微分して

$$f(t)=\lambda(t)dx=\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right) \quad \text{------式(5)}$$

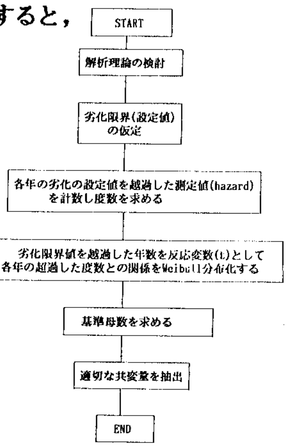


Fig.1 The flow chart of study about evaluation of deterioration of concrete by thory of reliability

上式により寿命分布のp.d.f.を故障率関数$\lambda(t)$によって表示できる．ここで，加速故障モデルを仮定する，本モデルはある要因Xが故障時間tを基準時間$t_0$より長くしたり短かく(加速)したりするのかを説明するモデルである．ここでは，対数線形モデルを検討する．ハザード(故障率)$\lambda(t)$に影響を与える要因を共変量X(covariate)とし複数の共変量をベクトルXとした以下のような加速故障モデルを考えられる．

$$\lambda(X,t)=a\times\lambda_0(t)\times\Psi(X) \qquad \text{------------------式(6)}$$

なお，$\lambda_0(t)$を基準ハザード関数，また$\Psi(X)$をベクトルXの関数とする． またここでは，簡略化するためa=1とする．ここで，基準ハザード関数を下式の様に故障率関数として一般的で，用いられる事例が多く，かつ負の値を取らない非対称な材料特性の分布に対して適合性のよい2母数ワイブル分布(Weibull distribution)を仮定する． ここで，$\alpha$をワイブル分布の形状母数，$\beta$をワイブル分布の尺度母数とする．したがって基準ハザード関数$\lambda_0(t)$は，

$$\lambda_0(t)=\frac{\alpha}{\beta}\cdot\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right) \qquad \text{------------式(7)}$$

ただし，$\alpha$を形状母数，$\beta$を尺度母数とする．また，$\Psi(X)$を指数関数として回帰係数をbとしてベクトルbとして表す．

$$\Psi(X)=\exp(X'b)=\exp(b_1X_1+b_2X_2+\cdots+b_nX_n) \qquad \text{------------------式(8)}$$

最尤度によるパラメーターの推定に最に，観測期間に故障が発生していないデータ(右側打切り)を含むような故障(生存)時間を仮定する．パラメーター(母数)の推定は，打切りを考慮した尤度関数を設定し，それを最大化することによって得る方法による．打切りは，故障したデータは確率密度関数，打切りのデータは信頼度関数に従うものとすることにより考慮される．極値分布(Extream e Value Distribution)化した，R(t)とf(t)に対して$\delta_i$を仮定し，故障($\delta_i=1$)と打切り($\delta_i=0$)を識別する指標とすると，尤度関数は以下のようになる．

$$L(b,\sigma)=\prod_{i=1,n} f(ti)^{\delta_i}\cdot R(ti)^{1-\delta_i} \qquad \text{-----------------式(9)}$$

ここで,式(9)より対数尤度をとる．そして，$\ln L(b,\sigma)$をパラメータ$b,\sigma$で１階偏微分した$\partial\ln L(b,\sigma)/\partial b_j$と$\partial\ln L(b,\sigma)/\partial\sigma$,2階偏微分した$\partial^2\ln L(b,\sigma)/\partial b_j\partial b_h$と$\partial^2\ln L(b,\sigma)/\partial\sigma^2$, $\partial^2\ln L(b,\sigma)/\partial b_j\partial\sigma$を求め，式(9)が極値となるパラメータ$b,\sigma$をニュートン・ラプソン法で求める．なお，bの帰無仮説の検定は$\chi^2$検定で行う．また，計算にはSAS(Statistical Analysis System)のLIFEREGプロシジャを使用した．

**3.検討結果** Fig.2に同様に，平均剥離深さ1mmと2mmを故障(hazard)と見なした場合の解析値による経過年数と各々の故障の確率密度関数(p.d.f.):f(t)と信頼度関数:R(t)の形状を示す．設定値が1mmの時は，p.d.f.のピークが8年目にあり，信頼度が5年頃から低下し始め8年目が，最も急激に低下し始め9年目で殆ど信頼度が0%になった．しかし，2mmになるとp.d.f.のピークが17年になり，ピークの移動が明確に認められる．このようにコンクリートの劣化に対して適切な劣化限界値を設定することにより信頼性解析が可能である事が確認された．今後，要因をさらに数値化することにより解析の精度を向上できると思われる．また，他の劣化に対してもこの手法が適用できると考えられる．

**4.まとめ** コンクリートの劣化の一例として表面剥離深さに劣化限界値を設定することにより信頼性理論が適用できた．

【謝辞】データ解析の際の北見工大岡田技官卒論生荒井・喜多君等の協力を感謝する．

【参考文献】1)桜井宏他:コンクリート構造物の経年変化推定のための確率密度関数化の検討，コンクリート工学年次論文報告集11-1,1989, pp499-504

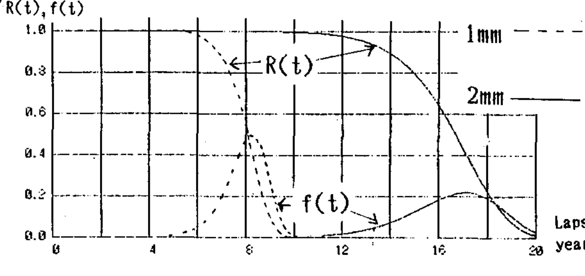


Fig.2 Between lapse year and reliabilty function(R(t)) and Probability density function(f(t)) to hazard of average scalling depth(1mm and 2mm)