

V-39 縦断凹凸のフラクタル解析

都土木技研 正会員 阿部忠行
 " " 小川 進

1. はじめに

舗装の供用性能の定量化に、ひびわれ、わだち掘れおよび縦断凹凸を因子とする式(MCI, PSIなど)が利用されている。しかし、これらの次元がそれぞれ異なっているため、交通量等の物理量との対応において不統一が否めない。舗装の供用性評価にフラクタル解析を導入することにより、次元の統一を図るとともに破損状況のより具体的な表現化を目指すものである。ひびわれについては、フラクタル解析によって新たな評価指標を提案したところである¹⁾。ここでは、縦断凹凸についてフラクタル解析を行った結果を報告する。

2. 解析方法

フラクタルの算定には、相関関数より求める方法を採用した。ここでは、路面の形状の変化を図-1に示すような図形で近似できることを想定した。図-1はブラウン運動とその拡張した関数である。ブラウン運動 $B(x)$ は、その一階微分が白色雑音(white noise)で全ての振動数を一様に含んでいるスペクトルで、図-1に示すように激しい変動を表す。すなわち、滑らかな変動から激しい変動の中間的な変動が路面の変動として表現されるものと考えられる。ブラウン運動 $B(x)$ を非整数回微積分することにより、フラクタル次元が1~2であるような確率過程をつくることができる²⁾。このような、ランダムな運動は、非整数ブラウン運動と呼ばれ、新しいパラメータ H (ハースト指数:Hurst exponent)を導入し、非整数ブラウン関数 $B_H(x)$ として定義できる。

$$B_H(x) = I^{H-1/2}(B(x)) \quad \dots (1)$$

ここで、 X : 変数、 I : 積分演算子で指数は積分の階数、 H ($0 < H < 1$)である。

$H=1/2$ が元のブラウン運動を表し、 $H > 1/2$ の場合には、 $B_H(x)$ はブラウン運動よりも滑らかな動きとなる。 H はフラクタル次元 D と次の関係がある。

$$D = 2 - H \quad \dots (2)$$

空間変動の記述に $B_H(x)$ を採用すると、変位(地盤高)のセミバリオグラム(空間相関関数)は(3)式で表現できる。

$$2\gamma(l) = E [Z_{x+l} - Z_x]^2 = l^{2H} \quad \dots (3)$$

ここで、 $\gamma(l)$: セミバリオグラム、 l : 観測2点間の距離、 E : 期待値、 Z_x 、 Z_{x+l} : 観測点 X 、 $X+l$ における地盤高である。

地盤高の変動を(3)式で回帰すれば、 H が求まり(2)式よりフラクタル次元 D が算定される。

3. 縦断凹凸の計測

都道環状八号線の試験舗装区間において、自動測定装置(ROAD-RECON)により計測した。測定時期は供用直後、1、3、6ヶ月、1年、2年、3年、4年、5年の5ヶ年、延べ9回、延長717m×3車線で、50cm間

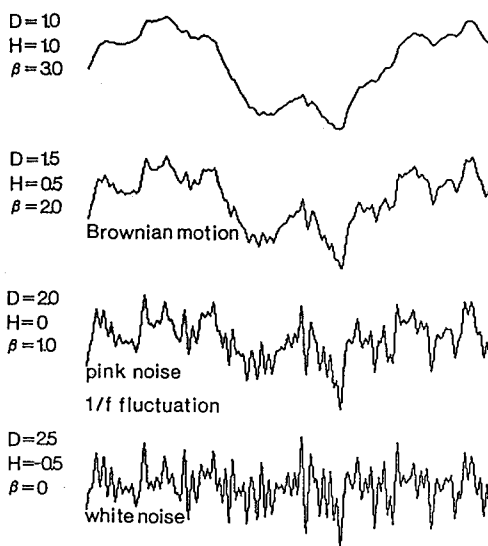


図-1 非整数ブラウン関数

隔で計測した。自動計測のデータを磁気テープで保存し、数値計算により座標変換したあと、フラクタル次元を算出した。

4. 解析結果と考察

縦断凹凸の測点間の距離と地盤高の変動を(3)式で回帰し、図-2に示す空間相関の勾配からHを求め、(2)式の関係からフラクタル次元Dを算出した。従来の標準偏差による方法は、3mの限られた範囲の凹凸の分散をとらえたものであるが、ここでは更にスパンの大きな距離の変化も考慮されており、マイクロからマクロへの進展が見られる。各46線の平均値の経年変化を図-3に示す。フラクタル次元Dは1.1付近から経時的に増加し、その回帰式は(4)式のとおりとなった。

$$D = 1.09 + 0.00504 Y^2 \quad (r = 0.82) \quad \dots (4)$$

なお、供用4年後の計測結果は一般的な縦断凹凸の評価においても数値が減少しており計測誤差と考えられる。この結果から、縦断凹凸のフラクタル次元は経年変化とともに単調増加するパラメータであることが分かる。すなわち、経時的に路面の縦断凹凸が増加していくに従ってフラクタル次元Dが増加する。

次に、従来の評価方法である標準偏差との相関性は図-4のとおりであり、関係式は(5)式で回帰された。

$$D = 1.06 + 0.0262 \sigma^2 \quad (r = 0.70) \quad \dots (5)$$

このことは、従来の計測結果をもとにフラクタル次元Dとの解析を行うことの可能性を示している。

5. あとがき

時系列の不規則な変動は、ノイズと呼ばれ、フーリエ変換により得られる周波数fのパワースペクトル密度S(f)で特性が表現される。パワースペクトル密度S(f)が次のfの指数関数で表される時、fの指数-βは、変動の激しさを表現している。

$$S(f) \propto f^{-\beta} \quad \dots (6)$$

β=0のときwhite noiseで、β=1.0のときはpink noiseである。一般には1/fゆらぎと呼ばれる。βはHとの間に次の関係が成り立つ。

$$\beta = 2H + 1 \quad \dots (7)$$

したがって、(7)式及び(2)式の関係からβとフラクタル次元Dとの間には、(8)式の関係が成り立つ。

$$\beta = 5 - 2D \quad \dots (8)$$

すなわち、路面の縦断凹凸と乗り心地などとの相関がフラクタル次元によって表すことが可能である。

〔参考文献〕1)阿部忠行・小川進：舗装ひびわれのフラクタル解析、土木学会論文集NO.442/V-16、1992.2.

2)高安秀樹：フラクタル、朝倉書店、1986.

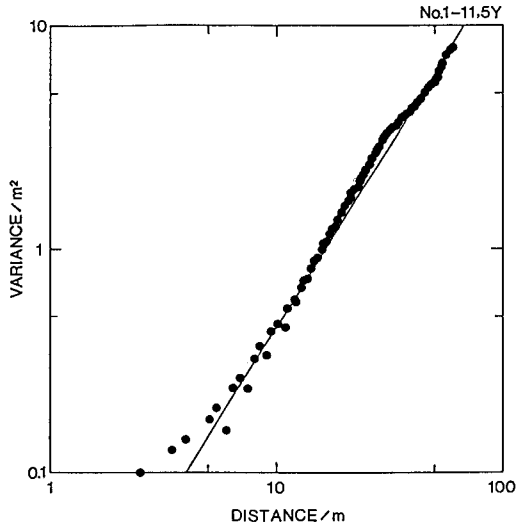


図-2 縦断凹凸の空間相関

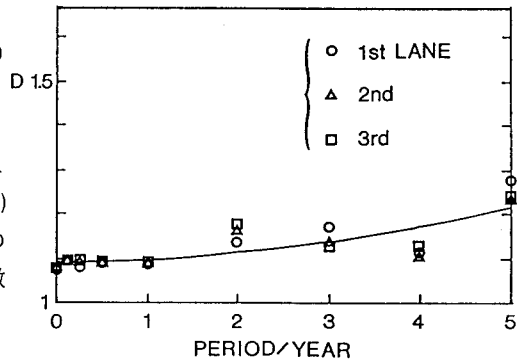


図-3 D~Time

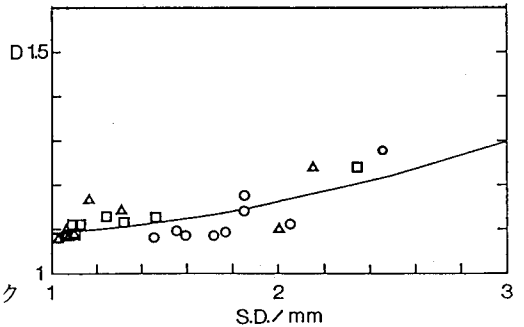


図-4 S. D. ~D