V－9

非破壊試験による舗装各層の弾性係数の簡易逆解析

松江工業高等専門学校　正員　浜野 浩幹
日本舗道（株）　正員　山之口 浩
山梨大学大学院　前田 尚彦

１．はじめに

近年，舗装を補修，修繕まで含めて初期建設段階の時点で総合的に計画，設計，および施工が行なわれているが，そのため舗装評価，とりわけ構造評価が重要視されている．この構造評価を行なう方法として，破壊試験と非破壊試験とがあるが，前者は舗装の破壊および補修という段階を経るため交通の妨害にもなり，評価までに時間がかかり，また，経費も高くつく欠点がある．これに比べて後者の方は，ベンケルマンビーム試験，ダイナフレクト試験，フォーリング・ウェイト・デフレクトメータ（FWD）試験等の方法があり，舗装表面に荷重を載荷させ，その周辺で表面たわみを測定し，その値から舗装の性状，あるいは弾性係数を推定し，診断しようとするもので，きわめて簡単に実施できるものである．なかでも，この FWD は材料の評価や舗装の支持力の予測等のためによく使用されている．

測定たわみから舗装各層の弾性係数を逆算する方法は松井らによっても検討されているが，筆者らは，まず，多層弾性体の変位，応力式をパソコンレベルの小型計算機で計算できる理論を定式化し，これらが Poulos らの厳密解と十分な精度を有することを検証した．本研究ではこの理論を適用して，新たに FWD から得られた数点の測定たわみから最小二乗法の原理を用いて各層の弾性係数を逆算することを試みたものである．

２．舗装各層の弾性係数の推定法

非破壊試験の結果から舗装各層の変形係数を求めるために，FWD によって得られた測定たわみと，任意に仮定した舗装各層の弾性係数により求めた計算たわみの差の二乗和を最小化することによって，目的とする各層の弾性係数の最適解を求めることとする．J.Uzan らによると，そのための目的関数は次式で表わされる．

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^{s}\left[1-\frac{W_i^c}{W_i^m}\right]^2 W_{ei}, \qquad (1)$$

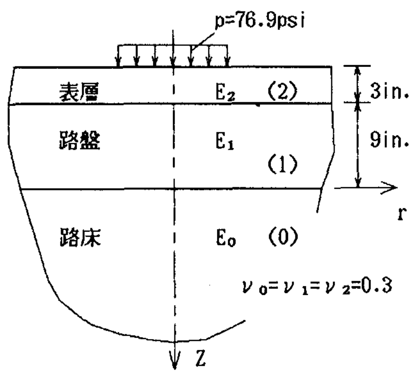

図１．３層モデル

ここに，ε^2 は 2乗誤差，W_i^m は i点の測定たわみ，W_i^c は i点の計算たわみ，s は測定点数，W_{ei} は測定点における重み係数である．線形弾性の場合，i 点の計算たわみは，弾性係数 E_k，ポアソン比 ν_k，層厚 h_k，あるいは半径距離 r_i 等の関数として与えられる．しかし，弾性係数を除く全ての変数は仮定されたり既知のものであり，弾性係数のみが未知数として逆計算される．線形弾性体では計算たわみは各層の弾性係数と路床の比として次のように書き表わされる．ただし，式中 p は載荷荷重（圧力），E_0 は路床の弾性係数，また，f_i は i 点での計算たわみを関数化したものである．

$$W_i^c = \frac{p}{E_0} f_i\left(\frac{E_1}{E_0},\cdots,\frac{E_k}{E_0},\cdots,\frac{E_n}{E_0}\right). \qquad (2)$$

式(1)により，最下層，すなわち路床の弾性係数 E_0 に対して二乗誤差を最小にするには，E_0 についてその導関数が零になることが必要である．さらに，式(3)を E_0 について偏微分して零とおき，2,3 の操作の後に f_1 に関してこれを基準化すると，最終的に路床の弾性係数 E_0 を求める次式が得られる．

$$E_0=\left[pf_1\sum_{i=1}^{S}\left(\frac{f_i}{f_1}\right)^2\frac{W_{ei}}{(W_i^m)^2}\right]\Big/\left[\sum_{i=1}^{S}\frac{f_i}{f_1}\cdot\frac{W_{ei}}{W_i^m}\right]. \tag{3}$$

式(3)は，正規化された（f_i/f_1）の一連のたわみのデータから，路床の弾性係数を求めるための方程式であって，仮定された弾性係数を用いて求められるものであり，各層との弾性係数との比（E_k/E_0）に対応している．しかし,これは解の誤差を最小にするために,式(1)を f_i を用いて変形した式(4)の二乗誤差を最小にするような路床の弾性係数を求めなければならない．ここに,E_0 は与えられた特解であり，与えられた係数比と一致している．式(4)から最小２乗誤差が求まり，路床の弾性係数の初期値 E_0 が計算でき,それに対する各層の弾性係数が計算できることになる．

$$\varepsilon^2=\sum_{i=1}^{S}\left[1-\frac{pf_i}{E_0W_i^m}\right]^2W_{ei}. \tag{4}$$

３．数値計算例

ここでは，理論の検証のため J.Uzan らの論文で計算された例を取り上げる．例は図1に示すように3層モデルで，載荷した FWD 荷重は 8440lb（作用圧力は p=76.9psi）である．この荷重による測定たわみは 1 フィート間隔で７点測定し，表1 のように与えられている．まず路床の弾性係数を $E_0=1$ とし，それに対し路盤，表層の弾性係数を路床との比として仮定する． 今の場合，$E_0=1$ に対して E_1/E_0 を 1,3,5,7,9, E_2/E_0 を 10,30,50,70,90 で計算した． その結果得られた弾性係数 E_0 は式(3)で求められる． また，この弾性係数で得られる各点での計算たわみと測定たわみの最小二乗誤差を計算する． それらの一部を表2と表3に示す． この表より最小値は $\varepsilon^2=0.0383$ であり，そのときの路床の弾性係数の $E_0=36.0$ksi が求めるものである．これより各層のそれは $E_1=107.9$ksi, $E_2=1078.9$ksi となる．J.Uzan らの結果と E_0 で 0.7%の誤差がでているが，これはたわみの計算理論と，計算プログラムの相違のためであると思われる．J.Uzan らは上記の結果を解とし採用しているが，この値は仮定した弾性係数比の範囲内で求められたものであり，この範囲内では正解と考えてよい．しかし，この解は仮定したおおまかな範囲内での解であるためさらにより正解に近いものがあると考えられ，その解はこの二乗誤差が最小の近辺にあると考えてよい．従ってさらに精度を上げるためにこの近辺で弾性係数を細分して計算する．これを行なうため，上で求めた解 $E_1/E_0=3$, $E_2/E_0=30$ を中心に $E/E_0=$ 2,3,4, E_2/E_0 を 28,29,30,31,32 まで計算した． この結果，最小二乗誤差は $E_1/E_0=3$, $E_2/E_0=29$ のとき最小となり，そのときの路床の弾性係数は $E_0=36.0$ksi となり，路盤，路床のそれは $E_1=108.0$ksi,E_2 $=1044.2$ksi と得られた．

表１． FWD による測定たわみ（mil）

W_1^m	W_2^m	W_3^m	W_4^m	W_5^m	W_6^m	W_7^m
8.09	4.78	2.77	1.80	1.37	1.10	0.87

表2. 路床の弾性係数(ksi)

	10	30	50
1	44.6	40.6	39.1
3	37.6	36.0	35.3
5	36.3	35.1	34.6

表3. 最小二乗誤差

	10	30	50
1	0.4226	0.1775	0.098
3	0.0234	0.0038	0.008
5	0.0134	0.0429	0.063

４．おわりに

二乗誤差の最小値は，例えば，ラグランジェの補間法等を用いて推定することも考えられるが，上記計算はパソコンで手軽に利用出来るように開発したもので，短時間にきわめて簡単に計算出来るため直接計算を行なった．本研究は道路網の建設，整備，或いは維持，管理に有効に利用出来るものと思われる．

参考文献1）Uzan,J., Scullion,T., Michalek,C.H., Paredes,M., Lytton,R.L.: A Microcomputer Based Procedure for Backcalculating Layer Moduli from FWD Data, Research Report 1123-1, The Texas A&M University (1988,9). 2）松井，井上，三瓶，土木学会論文集，第420号/V-13，pp.107-114，1990年８月． 3）笠原，五十嵐，土木学会論文集，第420号/V-13，PP.43-49，1990年8月． 4）三瓶，松井，井上，土木学会論文集，第442号/V-16,PP.237-240，1992年2月．