

CS1-1〔V〕 コンクリートの非局所型構成則としての多等価直列相モデル

清水建設技術研究所 正会員 長谷川俊昭

1. はじめに

損傷破壊やひずみ軟化現象はコンクリートの構成関係における重要な特性の一つであるが、変形の局在化を伴うため離散化数値解析においてはその取扱い方に注意が必要である。軟化破壊局在化問題に関する有限要素解析手法は破壊局在化領域の寸法  $w$  と有限要素寸法  $h$  との大小関係により sub-h法 ( $w < h$ )、iso-h法 ( $w = h$ )、super-h法 ( $w > h$ ) に分類できるであろう。著者等は super-h法である非局所平均化連続体理論とコンクリートの構成則として有効なマイクロプレーンモデルとを結合した非局所マイクロプレーンモデル<sup>1)</sup>を開発してきたが、より大きな有限要素を使用したいという実用上の目的のため sub-h法である多等価直列相モデル (Multi Equivalent Series Phase Model) を考案した。

2. 多等価直列相モデル

コンクリートは非均質な材料内部構造のため巨視的な軟化破壊挙動に先だてて微視的なレベルの軟化破壊及びその変形の局在化現象が比較的安定に分散して生じる。そのような微視的破壊挙動はもちろんマイクロメカニクスモデルにより適切に表現されるものであるが、図-1 (a) のように分散する微視的破壊領域をある拘束条件に従うが独立しかつ有限な体積 (長さ) を持ったファイバーの

応力-ひずみ場としてモデル化できると仮定する。各ファイバー内で軟化破壊が生じた場合そのファイバー内ではひずみ軟化を伴う相と弾性的に除荷する相が生じよう、すなわち微視的なレベルにおいてピーク微視的応力以降軟化破壊の集中する破壊相とそこへ弾性エネルギーを供給する除荷相が形成されるという微視的変形局在化現象が起こる。この破壊相と除荷相からなる直列相モデルをコンクリートの微視的な耐荷機構と考え、それを等価置換した等価直列相が任意方向に分布するというレオロジーモデルに基づき、巨視的な軟化破壊構成則を誘導したものが多等価直列相モデルである。ある寸法のコンクリート要素内に存在するランダムな方向を持つ各直列相を要素の重心へ集めることを考え、さらにその全長  $l^i$  は各方向において要素の重心から要素辺までの距離で代表され、また各直列相内の破壊相の長さ  $l^d$  はすべて同一であると仮定する (図-1)。各方向の直列相は除荷相の長さ  $l^u = l^i - l^d$  が異なるためひずみ軟化曲線は同一にならない。図-2 はマイクロプレーンモデルのマイクロ構成則を準用して  $l^d/l^i$  による直列相のひずみ軟化挙動の違いを計算した一例である。破壊相と除荷相の各挙動から合成された直列相に基づき直接誘導された巨視的構成則では、各相の力のつり合いを満足させるためのくりかえし求解過程を伴い有効ではない。そこで破壊相と除荷相を平均化することにより直列相を等価置換した等価直列相を考えることとした。すなわち破壊相と除荷相の構成則から塑性破壊エネルギー一定則 (熱力学第一法則)、式 (1) に基づき等価直列相の軟化構成則を導くのである。

(添字  $F, U, L, E$  は破壊相、除荷相、直列相、等価直列相を表す)

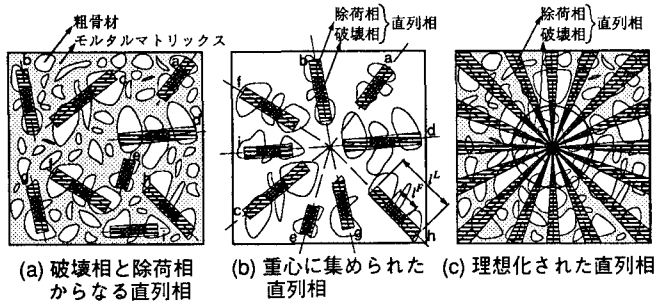


図-1 コンクリート要素内の破壊相、除荷相、直列相

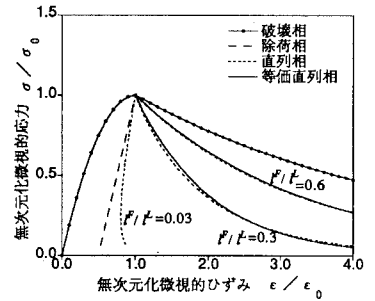


図-2 破壊相、除荷相、直列相、等価直列相のひずみ軟化応答

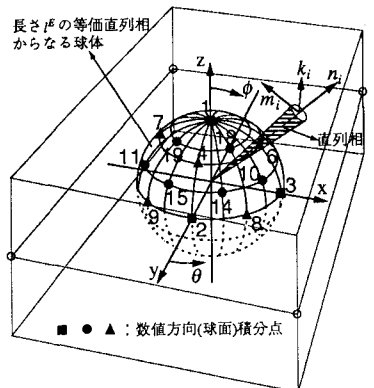


図-3 コンクリート要素内の等価直列相からなる球体

$$l^E \int_{\epsilon^E=0}^{\epsilon^E=\infty} \sigma^E \cdot d\epsilon^E = l^U \left[ \int_{\epsilon^U=0}^{\epsilon^U=\epsilon_0} \sigma^U \cdot d\epsilon^U - \frac{\sigma_0^2}{2C_0} \right] + l^F \int_{\epsilon^F=0}^{\epsilon^F=\infty} \sigma^F \cdot d\epsilon^F \quad (1)$$

$l^E$ : 等価直列相の長さ、 $\sigma_0$ 、 $\epsilon_0$ : ピーク時の応力、ひずみ、 $C_0$ : 弾性剛性

図-2よりわかるように得られる等価直列相の軟化構成則は直列相のそれとほぼ一致する。ただし本法では図-2の  $l^F/l^E=0.03$  のような snap-back は後述する運動学的拘束条件のため適用範囲外とする。多等価直列相モデルではマイクロプレーンモデルと同様に微視的ひずみとして直方向成分  $\epsilon_N^E$  と2方向のせん断成分  $\epsilon_{TK}^E$ 、 $\epsilon_{TM}^E$  を考え、それらを微視的応力  $\sigma_N^E$ 、 $\sigma_{TK}^E$ 、 $\sigma_{TM}^E$  と結びつけるマイクロ構成則を式(2)のように仮定する。

$$d\sigma_N^E = C_N^E (\epsilon_N^E, d\epsilon_N^E) \cdot d\epsilon_N^E - d\sigma_N^{E''}, \quad d\sigma_{Ti}^E = C_{Ti}^E (\epsilon_{Ti}^E, d\epsilon_{Ti}^E, n_i n_j \sigma_{ij}^E) \cdot d\epsilon_{Ti}^E - d\sigma_{Ti}^{E''} \quad (i=K, M) \quad (2)$$

$C_N^E$ 、 $C_{Ti}^E$  及び  $d\sigma_N^{E''}$ 、 $d\sigma_{Ti}^{E''}$ : 等価直列相の直方向とせん断方向の増分剛性及び増分非弾性応力

巨視的レベルと微視的レベルとを結びつけるために式(3)の運動学的拘束条件を導入し、さらに等価直列相のせん断成分に関するマイクロ構成則に式(2)で示される  $\sigma_{ij}$  依存性(静的拘束条件)を考慮する。

$$\epsilon_N^E = n_i n_j \epsilon_{ij}, \quad \epsilon_{TK}^E = \frac{1}{2} (k_i n_j + k_j n_i) \epsilon_{ij}, \quad \epsilon_{TM}^E = \frac{1}{2} (m_i n_j + m_j n_i) \epsilon_{ij} \quad (3)$$

$n_i$ 、 $k_i$ 、 $m_i$ : 等価直列相の直方向とせん断方向を規定する単位ベクトル

図-3に示す長さ  $l^E$  の等価直列相がなす球体内の微視的ひずみ  $\epsilon_i^E$  と巨視的ひずみ  $\epsilon_{ij}$  に対して仮想仕事の原理を適用すると式(4)が得られる。

$$\frac{2}{3} (l^E)^3 \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=\pi/2} d\sigma_i^E \cdot \delta \epsilon_i^E \cdot \sin \phi d\phi d\theta = 2 \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=\pi/2} \int_{r=0}^{r=l^E} d\sigma_{ij} \cdot \delta \epsilon_{ij} \cdot \sin \phi dr d\phi d\theta \quad (i=N, TK, TM) \quad (4)$$

式(2)~(4)より考えている要素寸法に関する多等価直列相モデルの巨視的増分構成関係は式(5)となる。

$$d\sigma_{ij} = C_{ijrs} \cdot d\epsilon_{rs} - d\sigma_{ij}'' \quad (5)$$

$$C_{ijrs} = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=\pi/2} \left[ n_i n_j n_r n_s C_N^E + \frac{1}{4} (k_i n_j + k_j n_i) (k_r n_s + k_s n_r) C_{TK}^E + \frac{1}{4} (m_i n_j + m_j n_i) (m_r n_s + m_s n_r) C_{TM}^E \right] \sin \phi d\phi d\theta$$

$$d\sigma_{ij}'' = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=\pi/2} \left[ n_i n_j d\sigma_N^{E''} + \frac{1}{2} (k_i n_j + k_j n_i) d\sigma_{TK}^{E''} + \frac{1}{2} (m_i n_j + m_j n_i) d\sigma_{TM}^{E''} \right] \sin \phi d\phi d\theta$$

### 3. 数値計算結果

図-5、6は、図-4に示す高さ幅比  $h/b$  が 0.5 : 1 : 2 : 3 の有限要素について1軸引張及び1軸圧縮の巨視的軟化応答を解析した結果である。同図は各有限要素寸法間での硬化域における類似性、ピーク応答応力のわずかな差異及び軟化勾配の寸法効果などを比較的良好に表現できるという本モデルの特徴を示すものである。

### 4. まとめ

コンクリートの微視的レベルの破壊局在化現象を等価直列相でモデル化することにより非局所型構成則としての多等価直列相モデルを誘導した。本モデルは巨視的構成関係の寸法依存性(寸法効果、形状効果)を表現することが可能である。

### 【参考文献】

- 1) Hasegawa, T. and Bažant, Z., Nonlocal microplane model with rate effect for concrete - I. General formulation for loading, unloading and cyclic loading - and - II. Application and verification -, J. Mater. Civ. Engrg., ASCE (accepted).

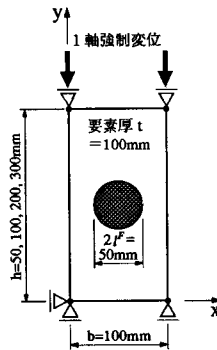


図-4 単一有限要素解析モデル

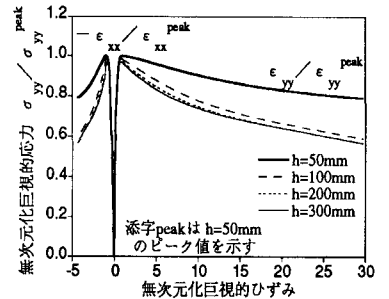


図-5 単一有限要素の1軸引張解析

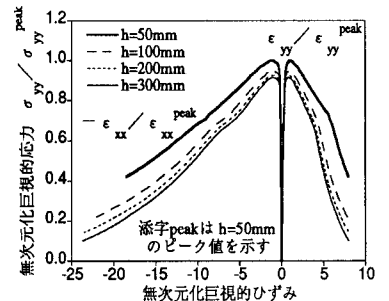


図-6 単一有限要素の1軸圧縮解析