IV-236　技術革新を内生化した動的I－Oモデル

鳥取大学工学部　正会員　小林　潔司
鳥取大学大学院　学生員　○追田　一喜
鳥取大学大学院　学生員　宮地　賢治

1. はじめに

Leontief によって開発された動的I－O（Input-Output）モデルでは、投入・資本係数が固定されていた。森嶋、Solow 等にしても、投入・資本係数の決定は技術選択問題として取り扱われており、技術革新を考慮したものとはなっていない。そこで本研究では、投入・資本係数は企業の長期的行動であるR＆D・投資行動の結果として各期ごとに決定されるメカニズムを導入した動的I－Oモデルを提案する。さらに数値実験を行い、このモデルの動的特性について考察することにする。

2. モデルの基本構造

本研究で提案するモデルは、伝統的な動的I－Oモデルと、投入・資本係数の変化を記述する差分方程式から成っている。まず、伝統的なI－Oモデルによる投入量と価格の均衡方程式は以下のように示される。

$$\boldsymbol{X}(t+1) = \boldsymbol{B}(t)^{-1}[\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}(t)+\boldsymbol{B}(t)]\boldsymbol{X}(t)-\boldsymbol{B}(t)^{-1}\bar{\boldsymbol{C}}(t) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{p}(t+1) = (1+\rho(t))\boldsymbol{p}(t)'[\boldsymbol{E}+(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}(t))\boldsymbol{B}(t)^{-1}]^{-1}+\boldsymbol{W}(t) \quad (2)$$

ここで、n 産業部門が存在するとして、$X(t)$：中間財の投入量、$\boldsymbol{A}(t)=[\alpha_{ij}]$：投入係数行列、$\boldsymbol{B}(t)=[\beta_{ij}]$：資本係数行列、$\bar{C}(t)$：最終需要量、$\boldsymbol{p}(t)=(p_1(t),\cdots,p_n(t),p_{n+1})'$：価格ベクトル（$p_{n+1}$：賃金率）、$\rho(t)$：市場利子率、$\boldsymbol{W}(t)$：付加価値、$\boldsymbol{E}$：$n\times n$ の単位行列、$'$は転値を表す。

次に投入・資本係数$\boldsymbol{A}(t),\boldsymbol{B}(t)$の変化過程を表す差分方程式を技術革新関数と呼び、次式で表現する。

$$\boldsymbol{A}(t+1) = F_A(\boldsymbol{p}(t+1),\rho(t+1),\boldsymbol{B}(t+1);\boldsymbol{\zeta}(t),\boldsymbol{\Omega}(t))$$
$$\boldsymbol{B}(t+1) = F_B(\boldsymbol{p}(t),\rho(t),\boldsymbol{B}(t);\boldsymbol{\zeta}(t),\boldsymbol{\Omega}(t))$$

ここで、$\boldsymbol{\zeta}(t)$：t 期における社会資本の蓄積量、$\boldsymbol{\Omega}(t)$：t 期における知識の社会的蓄積量を表す。

3. 長期的企業行動に関するミクロ分析

今、資本・知識の蓄積経路が定常状態にあると考えると、任意の時点$\tau(\tau>0)E$における企業の最適制御問題は次式のようになる。

$$\min_{\boldsymbol{I}(t),\boldsymbol{J}(t)} \int_\tau^\infty [C(\boldsymbol{p}(t);\boldsymbol{K}(t)',\boldsymbol{G}(t)',\boldsymbol{I}(t)',\boldsymbol{J}(t)',Y) + \omega\boldsymbol{K}(t)+\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{G}(t)]\exp-\rho(t-\tau)dt$$

$$\begin{aligned} subject\ to\quad & \dot{\boldsymbol{K}}(t) = \boldsymbol{I}(t)-\delta_K\boldsymbol{K}(t) \quad (t\geq\tau) \quad (3)\\ & \dot{\boldsymbol{G}}(t) = \boldsymbol{J}(t)-\delta_G\boldsymbol{G}(t) \quad (t\geq\tau)\\ & \boldsymbol{K}(\tau)=\bar{\boldsymbol{K}},\boldsymbol{G}(\tau)=\bar{\boldsymbol{G}} \end{aligned}$$

ここで、$\boldsymbol{K}(t)$：物的固定要素の蓄積量、$\boldsymbol{G}(t)$：知識蓄積量、$\boldsymbol{I}(t)$：物的投資量、$\boldsymbol{J}(t)$：知識生産量、Y：生産水準、ω：資本財のサービス価格、$\boldsymbol{\theta}$：知識財のサービス価格、δ_K、δ_G：資本・知識の減耗率である。そして、問題 (3) の最適値関数 Vを次式のように定義する。

$$V(\bar{\boldsymbol{K}},\bar{\boldsymbol{G}},\boldsymbol{p},\omega,\boldsymbol{\theta},Y) = \int_\tau^\infty [C(\boldsymbol{p},\boldsymbol{K}^*(t),\boldsymbol{G}^*(t),\boldsymbol{I}^*(t),\boldsymbol{J}^*(t),Y) + \omega\boldsymbol{K}^*(t)+\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{G}^*(t)]\{-\rho(t-\tau)\}dt \quad (4)$$

ここで、$\boldsymbol{K}^*(t),\boldsymbol{G}^*(t)$は最適経路、$\boldsymbol{I}^*(t),\boldsymbol{J}^*(t)$は最適制御を表している。

次に、式 (4) より次式の Hamilton=Jacobi 方程式を得る。

$$\rho V(\boldsymbol{K},\boldsymbol{G};\boldsymbol{p},\omega,\boldsymbol{\theta},Y) = C(\boldsymbol{K},\boldsymbol{G},\boldsymbol{I}^*,\boldsymbol{J}^*,Y)+\omega\boldsymbol{K}+\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{G}+\boldsymbol{V}_K\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{V}_G\dot{\boldsymbol{G}} \quad (5)$$

式 (5) を資本サービス価格ω、知識サービス価格θで偏微分すると、次の投資及びR＆D需要関数を得る。

$$\begin{aligned} \rho\boldsymbol{V}_\omega &= \boldsymbol{K}+\boldsymbol{V}_{K_\omega}\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{V}_{G_\omega}\dot{\boldsymbol{G}}\\ \rho\boldsymbol{V}_\theta &= \boldsymbol{G}+\boldsymbol{V}_{K_\theta}\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{V}_{G_\theta}\dot{\boldsymbol{G}} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、$\boldsymbol{\Phi}=(\boldsymbol{V}'_\omega,\boldsymbol{V}'_\theta)'$、$\boldsymbol{\nu}=(\boldsymbol{K}',\boldsymbol{G}')'$、$\boldsymbol{R}=(\boldsymbol{V}'_K,\boldsymbol{V}'_G)'$, 行列$\boldsymbol{\Psi}$

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{K\omega} & \boldsymbol{V}_{G\omega}\\ \boldsymbol{V}_{K\theta} & \boldsymbol{V}_{G\theta} \end{bmatrix}$$

を導入すると、式 (6) よりR＆D・投資需要は次式のように表すことができる。

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\Psi}^{-1}(\rho\boldsymbol{R}-\boldsymbol{\nu}) \quad (7)$$

式 (5) を変形し、シェパードのレンマを用いることに

より、中間財投入量が次式のように得られる。

$$\boldsymbol{X} = \partial C(\boldsymbol{p},\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{K},\boldsymbol{G},\boldsymbol{I}^*,\boldsymbol{J}^*,Y)/\partial \boldsymbol{p}$$
$$= \rho\partial \boldsymbol{V}/\partial\boldsymbol{p} - \rho\partial(\boldsymbol{R\Psi}^{-1}\boldsymbol{\Phi})/\partial\boldsymbol{p} + \partial(\boldsymbol{R}\Psi^{-1}\boldsymbol{\nu})/\partial\boldsymbol{p} \quad (8)$$

4. モデルの特定化

本研究では、次のように最適値関数を定式化する。

$$\rho V = \frac{1}{2}a_0Y + \frac{1}{2}\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{v}Y + \rho(\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{\iota}')\boldsymbol{\nu} + (\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\zeta}+b_0)\boldsymbol{\Omega}Y + \boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\pi}Y \quad (9)$$

ここで、a_0, b_0はスカラー、$\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{p},p_{n+1})'$:価格ベクトル、$\boldsymbol{\nu} = (\boldsymbol{K},\boldsymbol{G})'$、$\boldsymbol{\iota}$、$\boldsymbol{\pi}$、$\boldsymbol{\zeta}$:は $n\times 1$ 行列であり、$\boldsymbol{\zeta}$は産業間における知識伝播性を表す行列である。また、$\boldsymbol{\Xi}$:$(2n+1)\times n$ 定数行列、$\boldsymbol{\Theta}$:$(2n+1)\times(2n+1)$ 定数行列である。

式(9)よりR&D・投資需要関数(7)、中間財需要関数(8)を具体的に導出し、それらを生産量Yで除することによって資本係数、投入係数を得ることができる。

$$\boldsymbol{\alpha}(t+1) = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\Gamma}_1\boldsymbol{p}(t+1) + \boldsymbol{\Gamma}_2\boldsymbol{\beta}(t+1) + \boldsymbol{\Gamma}_3\boldsymbol{\zeta}(t+1)\boldsymbol{\Omega}(t+1) \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\beta}(t+1) = \boldsymbol{\beta}_0 + \boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{\mu}(t) + \boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{\beta}(t) + \boldsymbol{\Lambda}_3\boldsymbol{\zeta}(t)\boldsymbol{\Omega}(t) \quad (11)$$

ただし、α_0、β_0、$\boldsymbol{\Gamma}$、$\boldsymbol{\Lambda}$は$\boldsymbol{\iota},\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\Theta},\boldsymbol{\Xi}$によって与えられる時間に関して変化しない定数である。

次に、知識生産の外部経済の成長過程を以下のように表現する。

$$\boldsymbol{\zeta}(t+1) = \boldsymbol{W}_{\zeta}(\boldsymbol{\zeta}(t),\boldsymbol{I}(t),\boldsymbol{\kappa}(t)) \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_j(t+1) = \boldsymbol{W}_{\Omega_j}(\boldsymbol{\Omega}(t),\boldsymbol{J}(t),\boldsymbol{\kappa}(t)) \quad (13)$$

ここで$\kappa(t)$は政府による公共投資戦略を表す。式(12)、(13)に示すように、知識生産の外部経済の成長において動的I－Oモデルの実物動学体系(1)と政府部門による意志決定が重要な役割を果たすことになる。本研究においては式(12)、(13)を以下のように特定化する。

$$\zeta_{ij}(t+1) = \zeta_{ij}(t) + \eta_1 I_i(t) + \eta_2\kappa_i(t)(i,j=1,\cdots,n) \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\Omega}(t+1) = \boldsymbol{\beta}^*(t)[\boldsymbol{X}(t+1)-\boldsymbol{X}(t)] \quad (15)$$

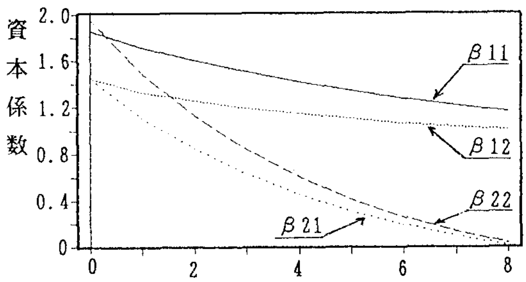
ここでη_1、η_2はパラメータであり、行列β^*は次式を満たす行列である。

$$\beta^*_{ij} = \begin{cases} 0 & (i=1,\cdots,m;j=1,\cdots,n) \\ \beta_{ij} & (i=m+1,\cdots,n;j=1,\cdots,n) \end{cases}$$

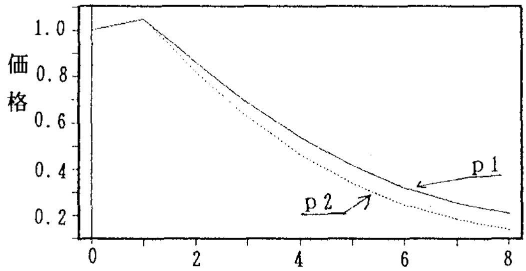
以上より式(1)，(2)，(10)，(11)，(14)，(15)を一括した動的I－Oモデルを用いて数値実験を行った。

5. 結果と考察

ここでは2部門経済を取り上げ、部門1は資本形成、部門2は知識形成に貢献すると考え，この2つの産業部門の投入・資本係数と価格の変動パターンを考察した。資本係数の推移を図－1に、生産費用の推移を図－2に示している。なお紙面の都合上、初期パラメータの値は省略する。図－1によると資本係数の各要素は時間が経過するにしたがって減少していくことが観察できる。知識のスピルオーバーを考慮しない場合、資本係数は急速に長期定常状態に収束するが、知識のスピルオーバーを考慮した場合、定常状態が下方にシフトする。このことは、知識基盤の発展と公共的知識の蓄積量の増大が大きく影響し、これが長期定常状態から脱却し、継続的な経済発展をもたらす原動力となることが判明した。さらに図－2より価格も減少することが判明した。



図－1　資本係数の推移　(期)



図－2　価格の推移　(期)

6. おわりに

本研究で提案した動的I－Oモデルは、企業の長期的なR&D・投資行動の結果生じる技術革新を、産業連関表の投入・資本係数の変動過程として示し、さらに各産業間における公共的知識のスピルオーバーが存在することによって、社会資本・知識基盤の整備により産業構造の政策的誘導が可能であることを示している。

今後の課題としては、最終需要・利子率の内生化、実際の産業連関表を用いての実証分析と初期パラメータの推計問題などがあげられる。