

IV-195

観測リンク交通量を用いたFiskモデルの未知パラメータの逆推定法

九州東海大学 正員 溝上 章志
○間瀬コンサルタント 正員 梅澤 正弘

1. はじめに

Fisk¹⁾が提案したロジット型の確率均衡経路選択規範を満足する確率均衡配分モデルは理論的に優れたモデルであるが、実用的に用いるまでには至っていない。それはモデルに含まれるパラメータの値をあらかじめ設定しておくことが容易でないためである。本研究の目的は、①このパラメータの値をリンク交通量の観測値を用いて現実の経路選択結果に最も適合するように逆推定するモデルを構築し、②その推定特性をシミュレーションから明らかにした後、③現実道路網に適用することである。

2. θ の逆推定モデルの定式化²⁾

Fiskが提案した確率均衡配分モデルは以下のロジット型確率均衡経路選択確率を与える。

$$p_{ijk}^* = \exp(-\theta c_{ijk}^*) / \sum_k \exp(-\theta c_{ijk}^*) \quad (1)$$

ここで、*は均衡値、 p_{ijk} はij ODペア間第k経路の選択確率、 c_{ijk} はij ODペア間第k経路のコストである。式(1)より、 θ は配分交通量の推定値に大きな影響を与えることは明かであり、実際の交通配分にFiskのモデルを適用する場合には、 θ の値を推定して設定しておく必要がある。 θ の逆推定モデルの定式化にあたり、以下の変数を定義する。 q_{ija} : ij間のOD交通量のうちリンクaを利用する交通量、 r_{ija} : ij OD交通量がリンクaに生起する先験確率。この先験確率がなんらかの方法で設定可能とし、 q_{ija} を未知数と考えたとき、リンク交通量の観測値 v_a ($a=1, \dots, M$) が得られる同時生起確率は、

$$A = \frac{v_a!}{\prod_i q_{ija}!} \prod_i (r_{ija})^{q_{ija}} \quad (2)$$

となることから、 q_{ija} は式(2)を目的関数とする最適化問題の解として求められる。目的関数を簡単にするため両辺の対数を取り、スターリングの公式を用いて変形すると、この問題は以下の最適化問題と同値になる。

$$\min_{q_{ija}} : I = \sum_i \sum_j \sum_a q_{ija} \ln \left(\frac{q_{ija}}{v_a \cdot r_{ija}} \right) \quad (3)$$

一方、Fiskモデルの解である経路選択確率の均衡値は式(1)で表されるので、 q_{ija} は

$$q_{ija} = \sum_k \delta_{ijk} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ijk}^*)}{\sum_k \exp(-\theta c_{ijk}^*)} \quad (4)$$

となり、有効経路 δ_{ijk} とその経路所要時間 c_{ijk} が調査や実測などから得られれば、 q_{ija} は未知パラメータ θ だけの関数で表すことができる。したがって式(4)を式(3)に代入することにより、最終的には以下の最適化問題の解として θ を推定することができる。

$$\min_{\theta} : \sum_i \sum_j \sum_a \left\{ \sum_k \delta_{ijk} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_k \exp(-\theta c_{ijk}^*)} \right. \\ \left. \cdot \ln \left[\frac{\sum_k \delta_{ijk} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ijk})}{\sum_k \exp(-\theta c_{ijk}^*)}}{v_a \cdot r_{ija}} \right] \right\} \quad (5)$$

ここでOD交通量 t_{ij} は既知である。したがって、先験確率 r_{ija} を、等時間原則配分やランダム配分からはじめて、n回目の更新値 $\theta^{(n)}$ から得られるij ODペア間リンクaの道路区間利用率 $p_{ija}^{(n)}$ を用いて

$$r_{ija} = t_{ij} \cdot p_{ija}^{(n)} / \sum_j t_{ij} \cdot p_{ija}^{(n)} \quad (6)$$

より与えれば、いくつかのリンクにおける交通量の観測結果より θ 値を逆推定できる。

3. シミュレーションによる適用可能性分析

現実道路網に対して本モデルを適用するにあたり、モデルの推定特性を明らかにしておく必要がある。ここでは、①道路区間利用率の先決誤差、②有効経路集合の信頼性、③リンク交通量 v_a と有効経路所要時間 c_{ijk} の

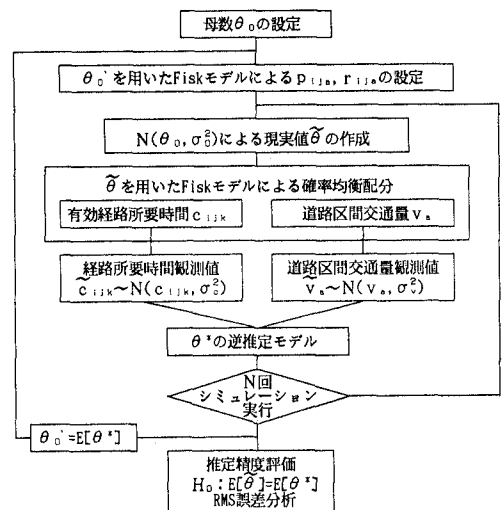


図-1 計算機シミュレーションによる推定特性分析方法

観測誤差について、図-1に示す手順の計算機シミュレーションにより本モデルの推定特性の検討を行った。

まず、①と②については、実際の有効経路集合Gに対して利用可能経路集合Aを過大（ $A \supset G$ ）、過小（ $A \subset G$ ）、同等（ $A \equiv G$ ）に設定した場合、道路区間利用率の初期値として等時間原則とランダム配分の2つの既存配分法でこれを与え、推定値の更新を行う場合の推定特性について比較した。その結果を図-2に示す。これよ

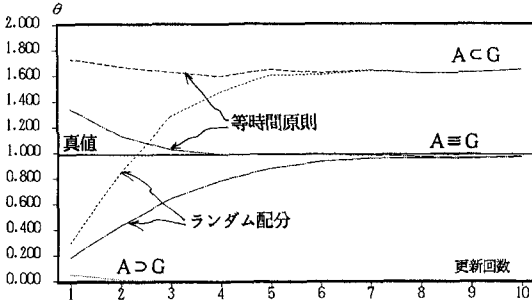


図-2 道路区間利用率の更新による解の収束過程

り、 $E[\theta^*]$ は道路区間利用率の初期値にかかわらず数回の更新で真値へ収束することがわかる。また、利用可能経路集合を有効経路集合と同じもので設定しなければ正しい真値を推定できず、 $A \subset G$ の場合には過大、 $A \supset G$ の場合には過小推定となることが分った。

次に、全リンクで交通量が観測可能な場合、Anas³⁾により提案されたEMモデルとの推定精度の比較を行う。このとき、本モデルの経路所要時間に (A)直接作成した観測値を与えた場合、(B)リンクコスト関数を介して所要時間を推定する場合、および (C)EMモデルを用いた場合の3つについて、リンク交通量の観測誤差の変動係数を変化させたときの推定精度の比較を行った。結果を表-1に示す。EMモデルは (A)に比べてリンク交通量の観測誤差が増大するに従い、 $E[\theta^*]$ は過小推定傾向になる。RMS誤差もかなり大きことから、(A)ではEM

表-1 リンク交通量の観測誤差による推定精度比較

		0.01	0.03	0.05	0.10
(A)	$E[\theta^*]$	0.968	0.967	0.967	0.966
	$V[\theta^*]$	$0.104E-2$	$0.150E-2$	$0.150E-2$	$0.301E-2$
	RMS	1.36	1.36	1.36	1.31
(B)	$E[\theta^*]$	0.932	0.574	0.273	-0.425
	$V[\theta^*]$	$0.335E+0$	$0.103E-1$	$0.623E-2$	$0.688E-3$
	RMS	2.65	13.4	25.5	45.1
(C)	$E[\theta^*]$	1.119	1.184	0.771	1.662
	$V[\theta^*]$	$0.310E+0$	$0.864E+0$	$0.695E+0$	$0.124E+1$
	RMS	1.48	1.24	1.92	4.17

注) t値は真値 $\theta_0=1.0$ に対する値である

モデルに比べてリンク交通量の観測誤差が推定精度に与える影響は少ない。しかし、(B)はEMモデルの精度を下回り、変動係数が10%を越えると推定値は負となってしまった。これは所要時間関数としてBPR関数を用いているため、経路所要時間の誤差が5乗のオーダーで拡大計算され、本来配分比率の小さいはずの経路の方が所要時間が長くなる場合が生じたためと考えられる。本モデルは有効経路相互で経路所要時間観測誤差が系統的に生じる場合には、推定精度はかなり低下する。

4. 現実道路網への適用

現実道路網に本モデルを適用するにあたり、愛知県豊田市三好町の56年PTベースのネットワーク（ノード数88、セントロイド28、リンク数278、観測リンク数65）上で、マップ法を使用して起終点間の有効経路とその所要時間を調査した。被験者は豊田高専生1人、愛知工業大学生19人、豊田自動車社員25人である。全てのODペア378のうち197(52.1%)が現利用経路1本だけで、複数の有効経路が得られたのは181ペアである。このうち84ペア(56.4%)は代替経路と利用経路の所要時間差が0であった。リンク交通量の観測値としては55年道路交通センサスのデータを用いている。

θ を1.00として道路区間利用率の初期値を与えて本モデルを適用した結果、図-3に示すように4回の道路区間利用率の更新でほぼ収束し、推定値として $\theta = 0.014529$ を得た。この値は他の方法で推定されている値と比較して、やや過少のように思われる。信頼性の高い調査や経路所要時間の実測を実施して、再度推定を行うことが今後の課題である。

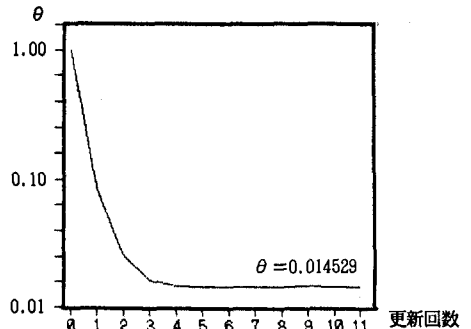


図-3 現実道路網への推定結果

1)Fisk.C.: Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment, Transpn. Res. B, Vol. 14B, pp. 234-255, 1980.

2)溝上・松井: Fiskモデルにおける θ の推定方法およびその実用可能性に関する一考察、土木計画学研究・講演集, No. 12, pp. 511-518, 1989.

3)Anas, A.: Statistical Properties of Mathematical Programming Models of Stochastic Network Equilibrium, Jour. of Reg. Sci., Vol. 28, No. 4, pp. 511-530, 1988.