IV-125　中央線変移問題に関する研究

金沢工業大学　正会員　○片山　直登
日本通運　溝口　智之
金沢工業大学　石井　和克

1. はじめに

今日の都市交通問題の1つに交通混雑・渋滞がある．この問題を解消するためには，交通需要の削減・抑制や，道路網の整備による交通容量の増強があるが，いずれも実施上，困難な点が多い．このため，交通容量の増強を行わずに，中央線を変移することによって上下線の交通容量を修正する，中央線変移方式が行われている．中央線変移方式に関しては，事例的な報告がいくつかなされているが，解析的な研究はほとんど行われていない．

本研究では，交通ネットワークを最適にする，中央線変移を行うリンクを選択する問題(中央線変移問題)を取り扱い，この問題に対する数理計画による定式化を示し，この問題のための効率的な解法を提案する．

2. 問題の定式化

中央線変移問題を以下のように定式化する．

問題 RL_1 |

$$min \sum_{(i,j)\in L} \{f_{ij}(y_{ij}, x_{ij}, x_{ji}) + f_{ji}(y_{ji}, x_{ji}, x_{ij})\} \tag{1}$$

$s.t.$

$$\sum_{j\in N} y^m_{jn} - \sum_{i\in N} y^m_{ni} = d^m_n \quad m\in M, n\in N \tag{2}$$

$$y_{ij} = \sum_{m\in M} y^m_{ij} \quad (i,j)\in L \tag{3}$$

$$y_{ji} = \sum_{m\in M} y^m_{ij} \quad (i,j)\in L \tag{4}$$

$$y^m_{ij} \geq 0,\ \ y^m_{ji} \geq 0 \quad (i,j)\in L, m\in M \tag{5}$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad (i,j)\in L \tag{6}$$

$$x_{ij}\in\{0,1\},\ \ x_{ji}\in\{0,1\} \quad (i,j)\in L \tag{7}$$

N: ノード集合
L: 無方向リンクの集合($L\subseteq N\times N$)
M: ODペア集合($M\subseteq N\times N$)
f_{ij}: リンク(i,j)の$i\rightarrow j$方向の総走行時間関数
y_{ij}: リンク(i,j)の$i\rightarrow j$方向の交通量変数
x_{ij}: リンク(i,j)の中央線変移変数，$i\rightarrow j$方向に1車線拡張する場合に1，通常または1車線削減する場合に0である0-1変数
y^m_{ij}: ODペアmのリンク(i,j)の$i\rightarrow j$方向の交通量変数
d^m_n: nがODペアmの発生ノードであれば$-q^m$，集中ノードであればq^m，それ以外であれば0である定数
q^m: ODペアmのOD交通量

(1)式は，総走行時間を表わす目的関数である．(2)式はフローの保存条件である．(3)，(4)式はリンク(i,j)上の全体の交通量とODペアの交通量の関係を表わし，(5)式は交通量変数が非負であることを表わしている．(6)式は，同一のリンクにおいて，同時に上下方向の車線を拡張できないことを表わしている．(7)式は中央線変移変数が0-1変数であることを表わしている．

一般に問題RL_1の目的関数は，x_{ij}に関して下に凸で単調減少な関数，y_{ij}に関して下に凸で単調増加な関数であり，また，x_{ij}は0-1変数である．このため，問題RL_1の目的関数を，次のようなx_{ij}の線形関数として表わすことができる．

$$min\ G(\mathbf{y},\mathbf{x}) = \sum_{(i,j)\in L} \{g_{ij}(y_{ij}) - \delta^+_{ij}(y_{ij})\cdot x_{ij} + \delta^-_{ij}(y_{ij})\cdot x_{ji} + g_{ji}(y_{ji}) - \delta^+_{ji}(y_{ji})\cdot x_{ji} + \delta^-_{ji}(y_{ji})\cdot x_{ij}\} \tag{8}$$

この関数を目的関数とした問題をRL_2とする．

$\mathbf{y}$: y_{ij}のベクトル
$\mathbf{x}$: x_{ij}のベクトル
$g_{ij}(y_{ij})$: 通常の車線数おける，交通量がx_{ij}のときのリンク(i,j)の$i\rightarrow j$方向の総走行時間を表わす関数
$\delta^+_{ij}(y_{ij})$: 中央線変移によって，リンク(i,j)の$i\rightarrow j$方向の車線数を1車線増加したときの，$i\rightarrow j$方向の総走行時間の減少量を表わす関数
$\delta^-_{ij}(y_{ij})$: 中央線変移によって，リンク(i,j)の$i\rightarrow j$方向の車線数を1車線減少したときの，$i\rightarrow j$方向の総走行時間の増加量を表わす関数

3. 連続緩和問題と解法

問題RL_2は，整数変数を含む非線型計画問題であるので直接解くことは困難である．このため，x_{ij}を連続緩和した問題RLCを考える．

問題 RLC |

$$min \quad G(\mathbf{y},\mathbf{x})$$

$s.t.$

(2)〜(6)式

$$0 \le x_{ij} \le 1,\ 0 \le x_{ji} \le 1 \quad (i,j) \in L \qquad (9)$$

問題RLCの目的関数はy_{ij}^mおよびx_{ij}に対して微分可能・下に凸であり，制約式は線形である．このため，降下法とFrank-Wolfe法[1]を交互に用いることによって，比較的容易に収束解を求めることができる．

・問題RLCの解法のアルゴリズム

[1] $\mathbf{y}^0,\mathbf{x}^0$を与える．$k=0$とする．

[2] $\frac{\partial}{\partial x_{ij}}G(\mathbf{y}^k,\mathbf{x}) < \frac{\partial}{\partial x_{ji}}G(\mathbf{y}^k,\mathbf{x})$ かつ $\frac{\partial}{\partial x_{ij}}G(\mathbf{y}^k,\mathbf{x}) < 0$ であれば，$x_{ij}^{k+1}=1$，$x_{ji}^{k+1}=0$，
$\frac{\partial}{\partial x_{ji}}G(\mathbf{y}^k,\mathbf{x}) \le \frac{\partial}{\partial x_{ij}}G(\mathbf{y}^k,\mathbf{x})$ かつ $\frac{\partial}{\partial x_{ji}}G(\mathbf{y}^k,\mathbf{x}) < 0$ であれば，$x_{ij}^{k+1}=0$，$x_{ji}^{k+1}=1$，
それ以外の場合，$x_{ij}^{k+1}=0$，$x_{ji}^{k+1}=0$とする．

[3] $\mathbf{x}^{k+1}$とした問題に対して，Frank-Wolfe法の1イテレーションを行い，$\mathbf{y}^{k+1}$を求め，このときの目的関数値を求める．

[4] 目的関数値が収束条件を満たせば終了．そうでなければ$k := k+1$として，[2]へ．

定理 1 問題RLCの解法のアルゴリズムは，問題RLCの大域的最適解を与える．

定理 2 問題RLCの最適解は，問題RL_2の最適解に一致する．

定理 3 問題RLCの解法のアルゴリズムによって最適解$\mathbf{y}^*$が求められた場合，アルゴリズムによって得られた$\mathbf{x}^*$は，問題RL_2の最適解である．

定理2,3から，問題RLCの解法のアルゴリズムを用いることによって，もとの問題である問題RL_2の最適解を求めることができることが示された．

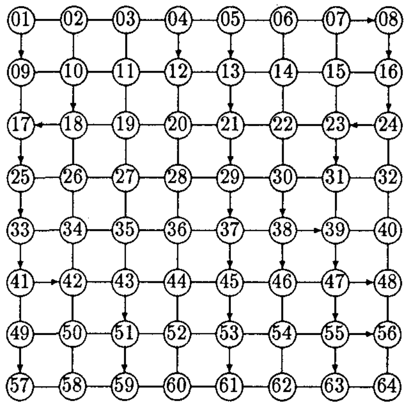

図 1: 格子状ネットワーク

4. 数値計算例

ノード数64，リンク数112の8×8の格子状ネットワークで数値計算を行った．リンク走行時間関数にBPR関数[2]を使用し，$\alpha = 0.15$，$\beta = 4$，自由走行時の走行時間を0〜0.2の乱数，1車線当りの交通容量を250とし，各リンクを上下各2車線とする．ODペアの発生ノードをi，集中ノードをjとしたとき，OD交通量を，$i<j$であれば0〜15の一様乱数，$i>j$であれば$i>j$である場合の2/3倍とする．また，繰返し回数の上限を200回とする．

図1の矢線が中央線変移によって拡張したリンクであり，中央線変移を行わない場合に比べて，総走行時間が6.9％減少した．

5. おわりに

本研究では，中央線変移問題の数理計画モデルを提案し，目的関数を変換した問題の連続緩和問題の解法のアルゴリズムを提案した．また，このアルゴリズムによって得られた解が，中央線変移問題の最適解となることを示した．

参考文献

[1] LeBlanc,L.J., Morlok,K.M. and Pierskalla,W.P. : "An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem," Transpn. Res., Vol.9(1975), pp309–318.

[2] 土木計画学研究委員会：「交通ネットワークの分析と計画：最新の理論と応用」，土木学会,(1987), pp.18-29.