

III-268

接線剛性法を用いた弾粘塑性有限要素解析

岐阜大学

岡二三生

岐阜大学

八嶋 厚

岐阜大学大学院 小原 到

岐阜大学大学院

○小野健司

1. まえがき

本解析では、微小変形の枠内において、既に提案されている正規圧密粘土¹⁾及び過圧密粘土²⁾の弾粘塑性構成式を、数値解析におけるアルゴリズムの安定性を向上するために、一次の陰的差分法として、接線剛性法による陰的差分法³⁾を用いて変形した。そして、この構成式を有限要素法に組み込み、一要素の土供試体について圧密非排水三軸圧縮試験を解析し、その結果によって数値解析の安定性評価を検討した。

2. 接線剛性法による陰的差分法を用いた構成式の変形

正規圧密粘土、過圧密粘土の弾粘塑性構成式について、その応力速度-ひずみ速度関係を誘導する。弾性ひずみと弾性応力の関係は、速度関係として次式のように表せる。

$$\dot{\sigma}_{ij}' = D^e_{ijkl} (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}^{vp}_{kl}) \quad (1)$$

ここで、 $\dot{\sigma}_{ij}'$ は有効応力速度テンソル、 $\dot{\epsilon}_{kl}$ はひずみ速度テンソル、 D^e_{ijkl} は弾性マトリックス

$\dot{\epsilon}^{vp}_{kl}$ は塑性ひずみテンソルである。

本研究で用いる構成式は、非流れ則にしたがって塑性ひずみ速度は、次式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}^{vp}_{ij} = \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}'} \quad \langle \Phi(F) \rangle = \begin{cases} 0 & \text{for } F \leq 0 \\ \Phi(F) & \text{for } F > 0 \end{cases} \quad (2)$$

(2) 式より塑性体積ひずみ増分を求めると次式を得る。

$$\Delta v^P = \Delta t \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pp}'} \quad (3)$$

また、有効応力 σ_{ij}' と硬化パラメータとして塑性体積ひずみ v^P を含む $\Phi(F)$ の全微分をとると

$$\Phi(t+\Delta t) - \Phi(t) = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}'} \Delta \sigma_{ij}' + \frac{\partial \Phi}{\partial v^P} \Delta v^P \quad (4)$$

関数 $\Phi(F)$ にアルゴリズムの安定性を図るため接線剛性法による陰的差分法を適用すると

$$\Phi = (1 - \theta) \Phi(t) + \theta \Phi(t + \Delta t) \quad (5)$$

(5) 式に(4)式を代入して次式を得る。

$$\Phi = (1 - \theta) \Phi(t) + \theta \left\{ \Phi(t) + \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}'} \Delta \sigma_{ij}' + \frac{\partial \Phi}{\partial v^P} \Delta v^P \right\} \quad (6)$$

(6) 式に(3)、(1)、(2)式を代入して次式を得る。

$$\begin{aligned} \{ 1 + (\theta \Delta t) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}'} D^e_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}'} - \frac{\partial \Phi}{\partial v^P} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pp}'} \right) \} \langle \Phi(F) \rangle \\ = \Phi(t) + \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}'} D^e_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} \end{aligned} \quad (7)$$

上式において、 $\{ \}$ 部を $\{ 1 + \xi \}$ とおき、さらに(2)式、(1)式を代入すると

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij}' = \left\{ D^e_{ijkl} - D^e_{ijlm} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{lm}'} \frac{\theta \Delta t}{1 + \xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{pq}'} D^e_{pqkl} \right\} \dot{\epsilon}_{kl} \\ - D^e_{ijkl} \frac{\Phi(t)}{1 + \xi} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}'} \end{aligned} \quad (8)$$

さらに、(8)式中の $\{ \}$ 部を D^{tan}_{ijkl} とおくと、最終的に正規圧密粘土の応力速度-ひずみ速度関係が次のように求まる。

$$\dot{\sigma}_{ij}' = D^{tan}_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - D^e_{ijkl} \frac{\Phi(t)}{1 + \xi} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}'} \quad (9)$$

過圧密粘土に関しても正規圧密粘土の場合と同様の誘導を行い、最終的に(9)式と同様の応力速度-ひずみ速度関係を得る。(ただし、硬化パラメータとして、正規圧密粘土の場合の v^P の代わりに γ^P を用いる($\gamma^P \equiv \sqrt{e^{vp}_{ij} e^{vp}_{ij}}$))。

3. 解析結果

先に誘導した正規圧密粘土、過圧密粘土の構成式を組み込んだ有限要素解析によるプログラムを用いて、

圧密非排水三軸圧縮試験をシミュレーションした。表1に材料定数を示す。以下に解析結果を示す。図1、2は、接線剛性法による陰の差分法の影響を見るために、正規圧密粘土、及び過圧密粘土について、ひずみ速度 $0.01\%/min$ (時間増分; $3000(s)$ 、ひずみ増分; $0.005(cm)$) に $\theta=0.0, 0.5, 1.0$ の解析結果をプロットしたものであり、図3は、正規圧密粘土について、ひずみ速度 $0.01\%/min$ の5%までのひずみに着目し、ひずみ増分ステップ幅を変化させ、3パターンの θ の値の二乗誤差を示したものである。なお、本研究で言う誤差とは、ひずみ5%に対して50万回のステップを刻んだものを正解値として、その値との差を表現した。

4. おわりに

解析結果より、接線剛性法による陰の差分法を用いることによりアルゴリズムの安定性が向上されることがわかる。またひずみ増分ステップ幅を粗くするほど、陰的解法と陽的解法の差は顕著になる。今後、有限変形理論によって拡張した構成式を用いて解析を実施していく予定である。

- 参考文献 1) T.Adachi, and F.Oka(1982), Soils and foundations, 22(4), pp.57~70.
2) F.Oka(1982), Int. Symp. on Num. Meth. in Geo., pp.147-156.
3) D.Peirce, C.F.Shin and A.Needleman(1984), Computer & Structures, 18(5), pp.875~887.

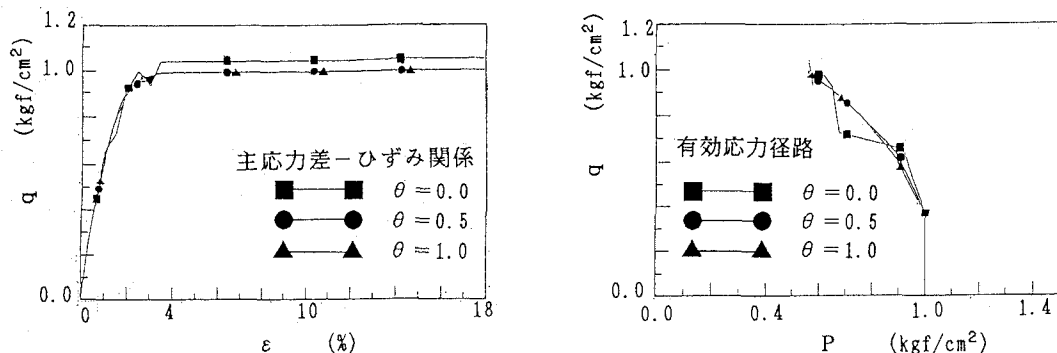


図1 接線剛性法による陰の差分法の影響(正規圧密粘土)

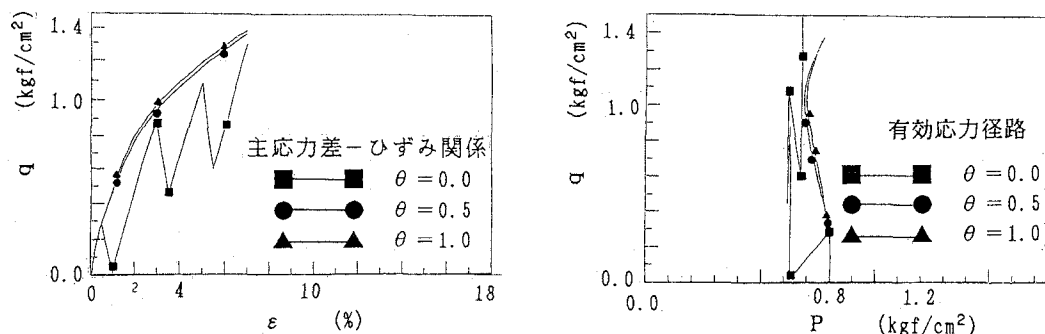


図2 接線剛性法による陰の差分法の影響(過圧密粘土)

表1 材料定数

正規圧密粘土		過圧密粘土	
m'	12.8	m'	12.8
M^*	1.45	M^*	1.25
C_2	2.85×10^{-8}	C_{01}	9.0×10^{-8}
		C_{02}	2.85×10^{-8}
		G'	150.0
現在の応力	1.0	現在の応力	0.8
圧密降伏応力	1.0	圧密降伏応力	0.951
λ	0.355	λ	0.355
κ	0.0477	κ	0.0477

(応力の単位は kgf/cm²)

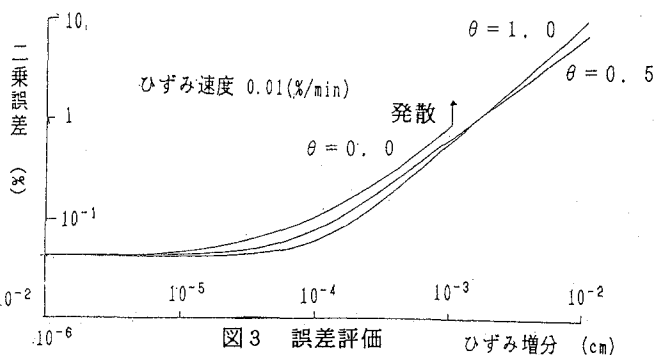


図3 誤差評価