

III-264

コッセラ連続体理論による土のせん断試験のシミュレーション解析

大阪大学工学部 正会員 松井 保

大阪大学工学部 正会員 ○小田和広

1. まえがき

土のモデル化に対するアプローチは、弾塑性理論のように巨視的な視点から土を連続体とみなす方法、個別要素法のように微視的な視点から土を粒子の集合体とみなす方法の大きく2つの方法が挙げられる。現在まで、巨視的な視点からみた土の取扱いと微視的な視点からみた土の取扱いを結び付ける方法の研究は行われていない。そこで、本研究は、両者の橋渡しを行う第1歩として、準巨視的な力学としてコッセラ連続体理論を選び、土の問題への適用性を検討するものである。

2. コッセラ連続体

コッセラ連続体とは、通常の連続体理論の枠組みに回転運動を考慮できるようにしたものである。すなわち、材料の構成要素自身が材料全体の变形などと無関係に变形や剛体的に回転しうる連続体理論である。本研究では、簡易化のため平面ひずみ問題に対象を限るものとする。このため、考慮すべき自由度は、対象とする平面内の2つの変位成分および平面に直交する軸を回転軸とする回転成分の合計3つとなる。

コッセラ連続体理論におけるひずみ（マイクロひずみ）は以下のように定義される^{1) 2)}。

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \epsilon_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \omega_z \quad \text{および} \quad \epsilon_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \omega_z \quad (1)$$

ここに、 u_x および u_y はマクロ変位、 ω_z はマイクロ回転を表している。直ひずみは通常の連続体理論によるひずみと変わらないが、せん断ひずみには ω_z が付加されている。また、マイクロ回転勾配を以下のように定義する。

$$\kappa_{xz} = \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \quad \text{および} \quad \kappa_{yz} = \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \quad (2)$$

ここで、ひずみベクトルを $\epsilon = \{\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yx}, \kappa_{xz}l, \kappa_{yz}l\}^t$ で定義する。

図-1は、2次元コッセラ連続体における応力（ σ ）と偶応力（ m ）の関係を示している。偶応力が作用しているため、コッセラ連続体におけるせん断力は共役の関係にはならない。また、ここで応力ベクトルを $\sigma = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yx}, m_{xz}/l, m_{yz}/l\}^t$ で定義する。弾性状態において、ひずみベクトル ϵ と応力ベクトル σ の間には、以下の関係が存在する。

$$\sigma_{kl} = \lambda \epsilon_{rr} \delta_{kl} + (\mu + \mu_0) \epsilon_{kl} + (\mu - \mu_0) \epsilon_{lk} \quad \text{および} \quad m_{kl}/l = 2\mu \kappa_{kl}l \quad (3)$$

ここで、 λ および μ はラーメの定数である。 μ_0 および l はコッセラ連続体において新たに導入される材料定数である。特に、スケールパラメータ l は長さの単位を持つ材料定数である。

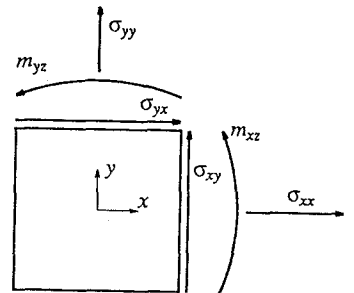


図-1 応力と偶応力の関係

3. 弾塑性構成関係

本研究では、降伏関数として以下に示すDucker-Pragerタイプの降伏関数を用いた。

$$f = \sqrt{(3J_2) - 3M^*I_1} \quad J_2 = \frac{1}{4}s_{1j}s_{1j} + \frac{1}{4}s_{1j}s_{3j} + \frac{1}{2}m_{1j}m_{1j}/l^2 \quad I_1 = \sigma_{11} \quad (4)$$

ここで、 s_{1j} は偏差応力、 $M^* = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi}$ である。また、塑性ひずみ増分は関連流れ則により決定され

るとした。

4. 数値解析

本研究では、コッセラ連続体理論を有限要素法に適用し、数値解析を行った。本解析において用いた有限要素は、2次の三角形要素³⁾である。また、解析手法として、一般化リターン・マッピング手法⁴⁾および表-1 解析パラメータと弧長増分法⁵⁾を用いた。図-2は、解析モデルを示している。解析モデルは、左右および上下の対称性から土の平面ひずみ試験供試体の $\frac{1}{4}$ をモデル化している。表-1は、解析に用いた材料定数を示している。また、供試体の初期応力は、 $\sigma_x = \sigma_y = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) = 0.5 \text{ kgf/cm}^2$ としている。

E	1000kgf/cm ²
ν	0.25
μ_c	400kgf/cm ²
l	0.001, 0.1, 1.0, 10.0
ϕ	30°

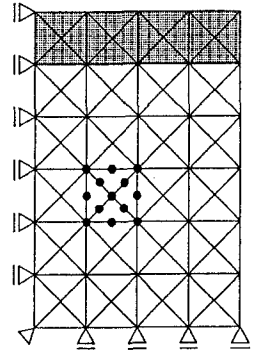


図-2 解析モデル

本研究では、スケールパラメータ l の影響を検討するため、 l が0.001, 0.1, 1.0および10.0の4つのケースについて解析を行った。図-3は、載荷板上面に作用している応力と軸ひずみの関係を示している。スケールパラメータ l が0.001と0.1の2つのケースについては、応力-ひずみ関係の違いが認められない。また、これらのケースにおけるピーク応力と通常の連続体理論で求められる応力とは一致する。スケールパラメータ l が大きくなるとピーク応力が増加している。これは、式(2)から分かるように、スケールパラメータ l が大きくなるとマイクロ回転に対する剛性が大きくなることに起因すると考えられる。図-4は、解析の最終段階における供試体内の一般化せん断ひずみの分布を示している。 l が0.001および0.1のケースでは、両者の間にほとんど違いが認められない。この両者と l が1.0のケースとを比較すると、最大せん断ひずみの量とそれが生じる幅が異なっている。すなわち、 l が1.0のケースでは、せん断ひずみの量は小さくなっており、また、生じる幅が大きくなっている。したがって、スケールパラメータ l が大きくなると、局所的な回転が拘束されるようになると考えられる。

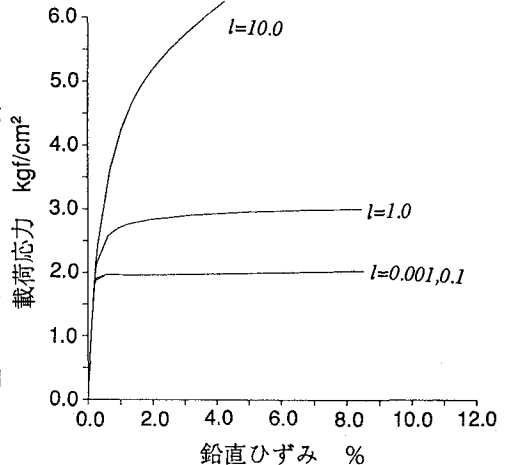
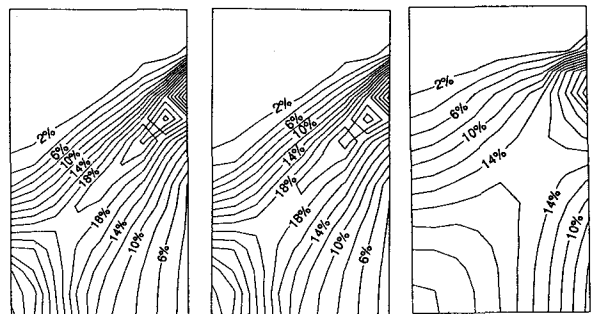


図-3 載荷応力と鉛直ひずみの関係

参考文献 1)大南正瑛（編著），1980：'マイクロメカニクス入門' 2)R. de Borst & L. J. Sluys, 1991：'Localisation in a Cosserat continuum under static and dynamic loading conditions', Com. Meth. App. Mech. Eng. 90, pp. 805-827 3)川井忠彦（監訳），1978：'応用有限要素法' 4)M. Ortiz & J.C. Simo,



(a) $l=0.001$

(b) $l=0.1$

(c) $l=1.0$

図-4 一般化せん断ひずみの分布

1986：'An analysis of a new class of integration algorithms for elasto-plastic constitutive relations', Int. J. Num. Meth. Eng. vol.23, pp.353-366 5)M.A.Crisfield, 1981：'A fast incremental/iterative solution procedure that handles "Snap-Through"', Com. Struc. vol.13, pp.55-62