III-261 修正仮想変位法による 2次元不連続体弾性解析

大成建設 正会員 ○羽生 剛
埼玉大学 学生員 福原俊一
埼玉大学 正会員 浜島良吉

1．はじめに

地熱発電及び地下空間利用の急速な発展から不連続体としての岩盤解析が必要になってきた。従来の有限要素法は連続体力学をベースにしているため、不連続性を十分考慮することができない。即ち、要素間のすべりや開口を表現することが難しい。逆に、不連続部を岩盤の挙動の支配的要因と考え開発された剛体バネモデル(RBSM)は、要素間の変形については容易に表現できるが、要素を剛体としているため、変形に対して精度があまく、また要素分割によってもかなり変化するという欠点を有する。このようなことから２つの特徴（「要素内変形」と「要素間変形」）を併せ持った解析手法の開発が重要である。

本報告ではモデルの定式化[1),2)]について簡単に述べ、弾性領域において有限要素法やRBSMとの比較・検討を行い、モデルの特性について論じる。

2．モデルの定式化

まず２次元場を考える。通常の有限要素法の三角形定ひずみ要素内の変位(U,V)を要素重心点の剛体変位(u_G, v_G, θ)と要素内のひずみ$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$の和で表現すると以下のようになる。

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = [N_u]\begin{Bmatrix} u_G \\ v_G \\ \theta \end{Bmatrix} + [N_\varepsilon]\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\therefore \{U\} = [N_u]\{u\} + [N_\varepsilon]\{\varepsilon\} \tag{1}$$

$$[N_u] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_G) \\ 0 & 1 & x-x_G \end{bmatrix}$$

$$[N_\varepsilon] = \begin{bmatrix} x-x_G & 0 & (y-y_G)/2 \\ 0 & y-y_G & (x-x_G)/2 \end{bmatrix}$$

右辺第１項だけを考えればRBSMと同じであり、右辺第２項の要素の変形を表している項が加わっていることになる。従って本手法はRBSMに要素の変形を考慮した手法であり、FESMと名付けることにする。

式(1)から出発する本手法においては、変位場が要素重心の剛体変位と要素内の定ひずみ場で与えられることから、要素形状には何の制約もなく任意多角形要素を用いた解析が可能である。また隣接要素と独立にこれらを設定できることから、隣接要素との連続条件に対する何らの制約も受けない。この事から、要素間の相対変位を考慮した不連続体解析が可能となる。

RBSMと同様に要素間に垂直方向とせん断方向に抵抗する２種類のバネを考え、全体系でのつり合い式は修正仮想変位法から次のようになる。

$$\sum_{(e)} \delta W_e = \sum_{(e)} \delta V_e + \sum_{(b)} \delta V_b$$

δV_e：要素内での仮想仕事（各要素）

δV_b：要素境界辺での仮想仕事（各要素境界）

δW_e：外力のなす仮想仕事（各要素）

これから、次の連立方程式が求まる。

$$\begin{aligned} [K_{uu}]\{u\} + [K_{u\varepsilon}]\{\varepsilon\} &= \{F_u\} \\ [K_{\varepsilon u}]\{u\} + [K_{\varepsilon\varepsilon}]\{\varepsilon\} &= \{F_\varepsilon\} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\{u\}^T = \{\{u\}_1 \{u\}_2 \cdot\cdot\cdot \{u\}_n\}$$

$$\{\varepsilon\}^T = \{\{\varepsilon\}_1 \{\varepsilon\}_2 \cdot\cdot\cdot \{\varepsilon\}_n\}$$

式(2)は次のように考えることができる。

(a)要素内剛性が大きい場合

外荷重の作用を受けても要素はほとんど変形せず要素間のバネだけが変形する場合を意味する。従って極限を考えればRBSMに帰着する。

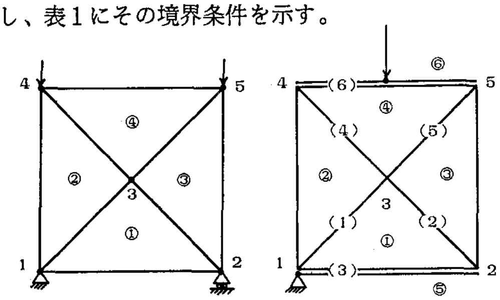
(b)要素間剛性が大きい場合

外荷重の作用を受けて要素が変形し、要素間のバネはほとんど変形しない場合を意味する。従って極限を考えれば有限要素法に帰着する。

このように本手法は要素内と要素間の２つの変形が許されるが、どちらの変形量を小さくするか、即ちどちらの剛性を大きくしてやるかで有限要素法やRBSMに帰着することがわかる。勿論、不連続部を含む場合は、不連続部の剛性を考慮した解析となる。

3．数値解析

図1に示すような、縦1cm×横1cmの金属板に上面から単位等分布荷重が作用した場合について解析し、表1にその境界条件を示す。



FEM　　　RBSM or 本手法(FESM)

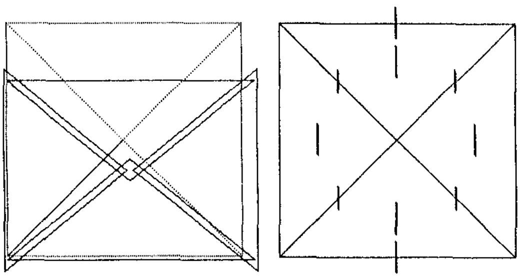
図1　メッシュ図

表1　境界条件

解析法	境界条件
FEM	節点1；u=v=0　節点2；v=0
RBSM	要素5；u=v=θ=0
本手法 (FESM)	要素5；u=v=θ=0 ，ε_y=γ_{xy}=0
	要素6；ε_y=γ_{xy}=0

まずFEM及びRBSMとの比較を行う。この場合、要素内の剛性はFEMで用いたもの、要素間の剛性はRBSMで用いたものを使用した。

変形図を図2に示す。FEMでは要素内のみが変形し、RBSMでは要素間のみが変形するが、本手法(FESM)では、要素内と要素間の変形の和で表される。



変形図　　　応力図

図2　変形図及び応力分布図(FESM)

表2　載荷点変位の比較

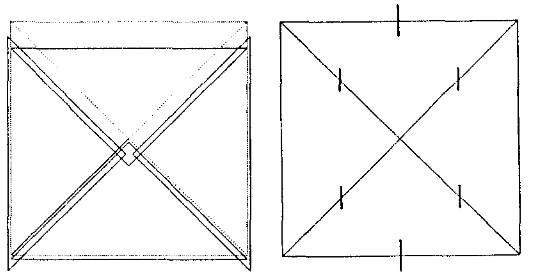
解析法	載荷点変位
FEM	-0.43333D-6 cm
RBSM	-0.44218D-6 cm
FESM	-0.87551D-6 cm

ここで、載荷点の変位量の比較を表2に示す。これを見ればわかるように、FESMの変位量はFEMとRBSMの和になっている。

応力分布（図2）については、FEM及びRBSMの値と一致する。

(a)要素内剛性を10^{5}倍した場合

図3は変形図及び応力分布図であり、RBSMで解析した値とRBSMに近づけた本解析結果は一致している。

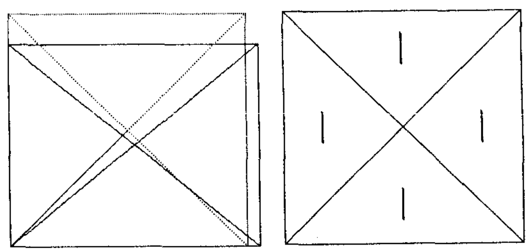


変形図　　　応力図

図3　変形図及び応力分布図

(b)要素間剛性を10^{5}倍した場合

図4は変形図及び応力分布図であり、FEMで解析した値とFEMに近づけた本解析結果は一致している。



変形図　　　応力図

図4　変形図及び応力分布図

4．結論

このように片方の剛性を大きくする事により、それぞれFEM及びRBSMに帰着する。しかし、弾性領域に対するRBSMの変位の信頼性はあまく、反対にFEMの解の信頼性は高い。従って、一般に弾性領域に対しては、要素間の剛性を大きくしてFEM的に解析すれば、本手法で弾性領域に対する適用が可能である。

【参考文献】

1)羽生,浜島：土木学会第45回年次学術講演会,1990
2)羽生：埼玉大学修士論文,1992