

III-258 CEMにおけるパラメーターと積分時間間隔の関係についての考察

(株)地崎工業 正会員 ○村上 敏夫
近畿大学理工学部 正会員 久武 勝保

1. はじめに

著者らは、連続体・不連続体挙動を統一的に解析する手法として、2次元の円盤要素の結合や分離を表現できるCEM(ContactまたはCombined Element Method)を開発し、その有効性を確認した¹⁾。CEMやDEMなどの解析手法では、解析に採用する時間間隔をどのように定めるかが常に問題となっており、時間間隔の設定によっては解が発散したり、あるいは解析時間が長くなるなどの不都合が生じる。そこで、本研究では解析で使用するパラメーターと時間間隔の関係を調べるために、数値実験を行い、それをエネルギー理論から考察した。

2. 数値実験

図-1に示すような数値実験を行った。これは、半径 r 、密度 ρ 、床と要素間の法線方向の分布ばね k を与え、初期速度 v の要素を床に衝突させ、その跳ね返り速度 v' を種々の時間間隔 Δt のもとで求めるのである。ただし、粘着力は0とし、要素と床の間で減衰はないものとしている。図-2は、上記のパラメーターを表-1のように与え、そのうち k のみを表の値に対して0.01倍から100倍まで10倍刻みに変化させたときの速度比 v'/v と時間間隔 Δt の関係を示す。同様に、 ρ 、 v 、 r を単独で変化させた場合をそれぞれ図-3、4、5に示す。例えば図-2の10 k の曲線に着目すると、この曲線は図-3の0.1 ρ の曲線および図-4の100 v の曲線に全く一致している。また、図-5の0.1 r の曲線は図-2における10 k と100 k の曲線に挟まれている。このように、パラメータ k 、 ρ 、 v 、 r は、互いに関連していることがわかる。

3. 考察

上記パラメータ間の関係を明確にするために、要素の初期の運動エネルギーと要素と床の間に挿入された分布ばねに蓄えられるエネルギーに着目した。衝突前の要素の運動エネルギー E は、(1)式で表される。

$$\begin{aligned} E &= 1/2 \cdot m \cdot v^2 \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v^2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、要素は単位の高さをもつ

分布ばねの変位 y は、図-1で示される要素の床へのめり込みを δ としたとき、CEMでは次式で与えられて

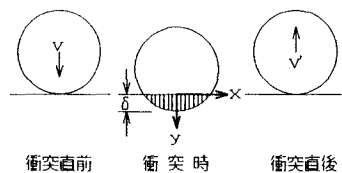
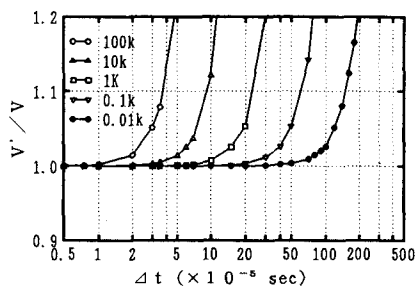
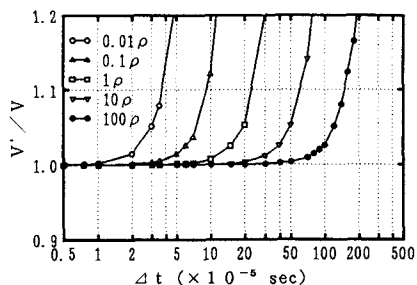


図-1 実験モデル

表-1 解析に用いたパラメーター

r : 半径	0.08	cm
ρ : 密度	2.50	g/cm ³
k : 分布ばね定数	2.00×10^7	dyn/cm/cm ²
v : 初期速度	1.0	cm/sec

図-2 k が異なる場合の v'/v と Δt 図-3 ρ が異なる場合の v'/v と Δt

いる。

$$y = -1/2 r \cdot x^2 + \delta \quad (2)$$

衝突時の最初の1ステップで分布ばねに蓄えられるエネルギー ΔE は、めり込み量 δ を $v \Delta t$ とすると、

$$\begin{aligned} \Delta E &= 2 \int_0^{\sqrt{2r\delta}} (1/2 \cdot k y) y \, dx \\ &= (8\sqrt{2}/15) \cdot k \cdot \sqrt{r v^5 (\Delta t)^5} \end{aligned} \quad (3)$$

で得られ、 ΔE と E の比は、式(1)、(3)より、

$$\Delta E/E = P \cdot (\Delta t)^{5/2} \quad (4)$$

ここで、

$$P = (16\sqrt{2}/15\pi) \cdot k/\rho \cdot \sqrt{r^{-3}v}$$

と表される。式(4)中の P について、前述の図-2の $10k$ 、図-3の 0.1ρ 、図-4の $100v$ の場合の値を求めると、その値は $(1.698 \times 10^9 \text{ sec}^{-5/2})$ 等しくなっている。また、図-5の $0.1r$ の曲線の $P(5.368 \times 10^9)$ は図-2の $10k$ の $P(1.698 \times 10^9)$ と $100k$ の $P(1.698 \times 10^{10})$ の間にある。これからわかるように、解析に用いる時間間隔 Δt と v/v の曲線は k 、 ρ 、 v 、 r より求まる P によって決定される。

図-6は P が $1 \times 10^6 \sim 1 \times 10^{10} \text{ sec}^{-5/2}$ の値をとる場合の Δt と v/v の関係を図示したものである。同図から、 $v/v = 1.001$ となるときの Δt を読み取り式(4)により $\Delta E/E$ を計算すると表-2のようになる。この表から解が0.1%の誤差で得られる場合の $\Delta E/E$ は P の値によらず、ほぼ一定値(0.0033)をとることがわかる。式(4)を次のように変形した、

$$\Delta t = \{(\Delta E/E)/P\}^{2/5} \quad (5)$$

Δt に関する式に上記の $\Delta E/E$ の値を代入し、 P と Δt の関係を図示したのが図-7である。この図より、解析に使用するパラメータ k 、 ρ 、 v および r が与えられた場合の時間間隔 Δt の目安が即座に得られる。

4. おわりに

本研究において解析に用いるパラメータと時間間隔の関係を数値実験とエネルギー理論から考察した。

参考文献 1) 久武、村上、森:CEMによる連続体・不連続体の統一解析の試み, PP. 286-290, 1992.

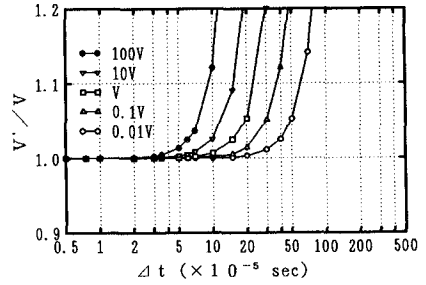


図-4 v が異なる場合の v/v と Δt

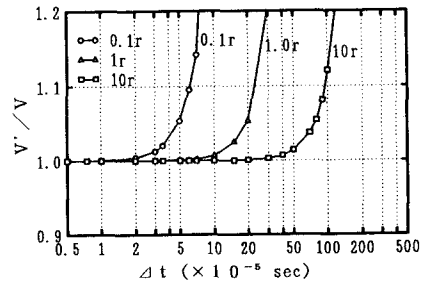


図-5 r が異なる場合の v/v と Δt

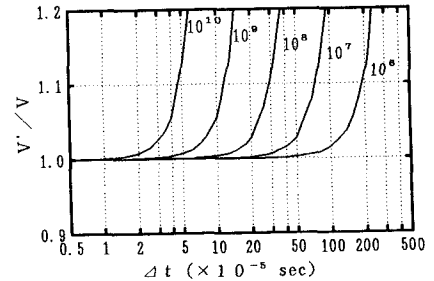


図-6 P が異なる場合の v/v と Δt

表-2 エネルギー比

$P (\text{sec}^{-5/2})$	$\Delta t (\text{sec})$	$\Delta E/E$
1.0×10^6	3.066×10^{-4}	0.003292
1.0×10^7	1.221×10^{-4}	0.003567
1.0×10^8	5.015×10^{-5}	0.003622
1.0×10^9	2.934×10^{-5}	0.003293
1.0×10^{10}	7.500×10^{-6}	0.003563

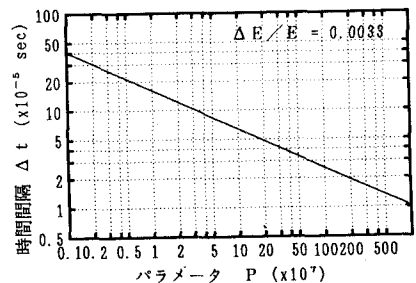


図-7 P と Δt の関係