

III-256

要素の分離を表現するFLEM-DEM結合解析

鳥取大学工学部 木山 英郎 鳥取大学工学部 藤村 尚
鳥取大学工学部○西村 強 鳥取大学大学院 高山 伸介

1.はじめに

流動要素法(FLOW-Element-Method, FLEM)は, DEMの基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かして, 各要素の自由な大変形を許しながら要素間の連続性を保持し, 全体としての大変形から流動までを解析できる手法である. 本研究では要素の分離・開口を含む問題への適用を想定して基本的なモデル化, プログラム化を行い, DEMとの結合解析への発展を試みている.

2.解析手順の概要

図-1のa点に注目して, 解析手順の概要を述べる. 要素が分離した後のことを考慮して, a点には, 各要素ごとに4つの節点番号が付してあり, これらの節点に与えられる質量, 生ずる節点力(変位抗力)は所属要素内で計算される. しかしながら開口・分離が発生する前において, a点は, 周辺領域を代表する連続体内の1つの点であるので, 上記の節点の質量, 節点力を加え合わせたのち, 運動方程式に用いる.

$$\text{質 量: } m_a = \sum m_i \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

$$\text{節点力: } F_{xa} = \sum F_{xi}, \quad F_{ya} = \sum F_{yi} \quad (2)$$

$$\text{運動方程式: } m_a \ddot{u}_a + \eta \dot{u}_a + F_{xa} = m_a g_x + \bar{f}_{xa}, \quad m_a \ddot{v}_a + \eta \dot{v}_a + F_{ya} = m_a g_y + \bar{f}_{ya} \quad (3)$$

ここに, $(\bar{f}_{xa}, \bar{f}_{ya})$ はa点に直接作用している外力, (g_x, g_y) は重力加速度の成分である. これを差分表示し, 逐次解く過程は従来と同様である.

要素の分離・開口は, 応力集中等による降伏・破壊に伴って生ずるものとするが, そのとき, 節点上の応力を求めることが必要となる. しかし, これらを直接求めることは困難であるので, 各要素内で当該点(a点)に極めて近い点での応力 $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ を求め, それらの平均値 $(\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy})$ をもって, a点の応力として代用している. 次式のように降伏関数 f_s に適用して, 分離・開口の判定を行う.

$$f_s(\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy}) = 0 \quad (4)$$

分離後は, 節点ごとに運動方程式が適用されることになるが, 新たに図-2のような辺-節点接触に伴う接触力計算が加わる. この過程はDEMにおけるものと同様であり, まず, 図-2のように全体座標系 (X, Y) から節点iを原点とする局所座標系 (X', Y') に変換する.

$$\begin{pmatrix} x_p' \\ y_p' \end{pmatrix} = [T] \begin{pmatrix} x_p - x_i \\ y_p - y_i \end{pmatrix} \quad \text{ここに,} \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

節点pの辺ijへの接触条件は, 次のようになる.

$$0 \leq x_p' \leq x_j', \quad y_p' \geq 0 \quad (6)$$

つぎに, 接触点 (x_p', y_p') における接触相対変位増分を求めることが必要となる. (5)式と同様に節点p, i, jの変位増分を局所座標系へ変換する. 点 (x_p', y_p') における辺ijの変位増分 $(\Delta u_{cij}', \Delta v_{cij}')$ を図-2を参考に接触点の内分比によって次のように求める.

$$\begin{aligned} \Delta u_{cij}' &= (x_p' / x_j') \Delta u_j' + \{(x_j' - x_p') / x_j'\} \Delta u_i' \\ \Delta v_{cij}' &= (x_p' / x_j') \Delta v_j' + \{(x_j' - x_p') / x_j'\} \Delta v_i' \end{aligned} \quad (7)$$

以上より接触点での接触相対変位増分 $(\Delta u_c', \Delta v_c')$ は,

$$\Delta u_c' = \Delta u_p' - \Delta u_{cij}', \quad \Delta v_c' = \Delta v_p' - \Delta v_{cij}' \quad (8)$$

となる. 接触剛性係数 k_n, k_s を用いて, 接触力増分 $(\Delta f_n, \Delta f_s)$ が求まる.

$$\Delta f_n = k_n \Delta u_c', \quad \Delta f_s = k_s \Delta v_c' \quad (9)$$

$(\Delta f_n, \Delta f_s)$ は全体座標系へ逆変換ののち,

$$[\Delta f_{xp}, \Delta f_{yp}]^T = [T^{-1}] [\Delta f_n, \Delta f_s]^T \quad (10)$$

辺ijに対しては、さきほどの内分比により、節点i, jに振り分けられる。

$$\Delta f_{xi} = \{(x_j' - x_p') / x_j'\} \Delta f_{xp}, \quad \Delta f_{yi} = \{(x_j' - x_p') / x_j'\} \Delta f_{yp} \quad (11)$$

$$\Delta f_{xj} = (x_p' / x_j') \Delta f_{xp}, \quad \Delta f_{yj} = (x_p' / x_j') \Delta f_{yp} \quad (12)$$

節点i, j, pでの節点力に考慮され、それぞれの運動方程式に用いられる。

$$F_{xi} = F_{xi} + \Delta f_{xi}, \quad F_{yi} = F_{yi} + \Delta f_{yi} \quad (13)$$

$$F_{xj} = F_{xj} + \Delta f_{xj}, \quad F_{yj} = F_{yj} + \Delta f_{yj} \quad (14)$$

$$F_{xp} = F_{xp} - \Delta f_{xp}, \quad F_{yp} = F_{yp} - \Delta f_{yp} \quad (15)$$

3. 解析例

図-3は本研究の解析モデルである。まず、等分布荷重 $q=100\rho$ gf/cm²を載荷し、つり合い状態を求めた後、節点a, b, c(ただし、節点cは上側の要素を構成する節点)にX方向に1cm/secなる速度で強制変位を与えた。表1は今回用いた解析定数である。 k_n , k_s は、表中のE, ν , ρ 等をもとに、従来実施してきたDEM解析と同様に求めたものである。図-4は $t=1$ sec, 強制変位 $\delta=1$ cmの時の変形図である。降伏規程には、モール・クーロンの規程を用いている。これより分離後、節点がそれぞれ移動する段階までは達成できたと思われる。

表1 解析定数

ヤング率	$E=100$ Kg/cm ² (9.8×10^3 Kpa)
密度	$\rho=2.65$ g/cm ³
ポアソン比	$\nu=0.3$
接触剛性係数	$k_n/\rho g=6210$ cm ² $k_s/\rho g=1552$ cm ²
粘着力	$c=100$ gf/cm ²
内部摩擦角	$\phi=30^\circ$
時間増分	$\Delta t=1.0 \times 10^{-4}$ sec

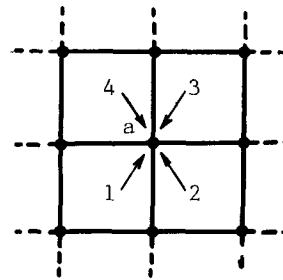


図-1 要素と節点番号

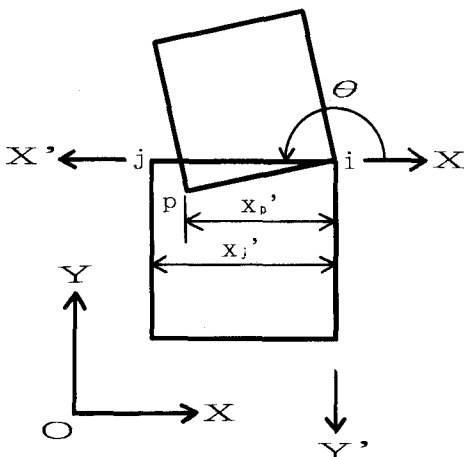


図-2 局所座標系と接触判定

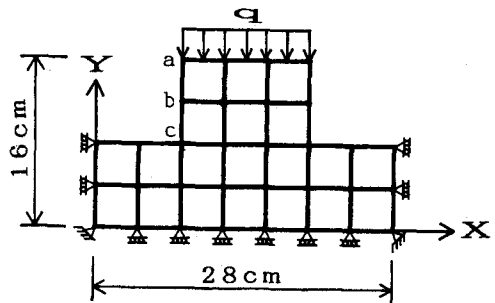


図-3 解析モデル

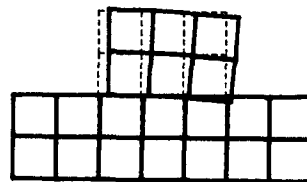


図-4 変形図($\delta=1.0$ cm)