

III-237

非線形弾性モデルを用いた平面ひずみ軸対称掘削問題の考察

大成建設㈱技術研究所

○後藤 聡

東京大学生産技術研究所

龍岡 文夫

ロンドン大学インペリアルカレッジ J.B.Burland

大成建設㈱技術研究所

村松 正重 末岡 徹

1. はじめに 著者らは、微小ひずみから大ひずみまでの土の広範な応力-ひずみ関係に対して、双曲線近似とは異なるモデルを提案した⁽¹⁾。この非線形弾性モデルは10⁻⁴%から数%までのひずみ時の応力-ひずみ関係を正確に表現することができる⁽¹⁾。

さらにこの非線形モデルを用いて、平面ひずみ軸対称掘削問題を検討したのでここに報告する。

2. 広範なひずみ時の応力-ひずみ関係を近似できる非線形弾性モデル⁽¹⁾

正規化された軸差応力 Y と軸ひずみ ϵ_a の関係を次式のように表す。

$$Y = \frac{q - q_0}{q_{\max} - q_0} = \sin(A + B \cdot \log \epsilon_a)^C \quad (1)$$

ここで、 A 、 B 、 C は実験定数、 q_0 は初期軸差応力、 $q_{\max}$ は最大の軸差応力である。式(1)は軸差応力 q と軸ひずみ関係を陽に示したものである。本報告では、拘束圧低存性を説明できるように、文献(1)で示した $\sigma_3 = \text{一定}$ のもとの排水平面ひずみ圧縮試験結果から得られた $R = \sigma_1' / \sigma_3' \sim \epsilon_a$ 関係 (σ_1' は有効最大主応力、 σ_3' は有効最小主応力) を拘束圧によらずに、ユニークなものと仮定する。また、本報告では、排水条件と非排水条件で検討しているが、排水条件ではRoweのストレス・ダイレイタンシー関係が成立するものとしている。

3. 平面ひずみ軸対称掘削問題

応力のつりあいとひずみは次のように表わされる

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \quad (2)$$

$$\epsilon_r = -\frac{du}{dr} \quad \epsilon_\theta = -\frac{u}{r} \quad (3)$$

ここで、 σ_r 、 σ_θ はそれぞれ半径方向および円周方向応力で、 ϵ_r 、 ϵ_θ も同様にそれぞれ半径方向および円周方向のひずみで、 r は任意の半径、 u は r の位置での変位の変化分である。

式(3) から次のひずみの適合条件が導かれる。

$$\frac{d\epsilon_\theta}{dr} = \frac{d\epsilon_r - d\epsilon_\theta}{r} \quad (4)$$

(2) と(4) を連立させることにより、以下に示す式が導かれる。

$$\frac{dr}{r} = \frac{d\sigma_r}{\sigma_\theta - \sigma_r} = \frac{d\epsilon_\theta}{\epsilon_r - \epsilon_\theta} \quad (5)$$

式(5)は、すべての r で満足しなければならない応力とひずみに関する微分方程式である。次に非排水条件と排水条件下について述べる。

(a) 非排水条件下 この時 $\epsilon_r + \epsilon_\theta = \epsilon_v = 0$ と考えられるので、式(5)は次のようになる。(ただし、 $R = \sigma_\theta / \sigma_r = \sigma_1 / \sigma_3$)

$$d\sigma_r = -\sigma_r \cdot \frac{1}{2} (R - 1) \cdot \frac{d\gamma}{\gamma} \quad (6)$$

$$d\epsilon_r = -\frac{1}{2} d\gamma \quad (7)$$

(b) 排水条件下 この時Roweのストレス・ダイレイタンシー関係が成立するものとする、式(5)より半径方向応力の変化 σ_r やせん断ひずみ γ ($\epsilon_\theta - \epsilon_r$) による体積変化 $d\epsilon_{vs}$ などは次式のようにになる。

$$d\sigma_r = -\sigma_r \cdot K \cdot \frac{R - 1}{R + K} \cdot \frac{d\gamma}{\gamma} \quad (8)$$

$$d\epsilon_{vs} = \frac{K - R}{K + R} d\gamma \quad (9)$$

$$K = \frac{1 + \sin \phi_{cv}}{1 - \sin \phi_{cv}} \quad (10)$$

ここでは、 ϕ_{cv} は限界状態での摩擦角で $K = 3.5$ である。また、平均応力 p ($= (\sigma_r + \sigma_\theta) / 2$) の変化による体積変化(圧密)を次のように決定する⁽²⁾。

$$d\epsilon_{vc} = m_v \times d(\log_{10} \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{2}) \quad (11)$$

ただし、 m_v は体積弾性率で豊浦砂の等方圧密試験結果よりメンブレン貫入を補正して算定した⁽²⁾。

4. 計算結果

図-1に、非排水条件下での円孔の縁での半径方向の変位を初期の半径 R_0 で正規化したものと、 σ_r / σ_{r0} (半径方向の応力 σ_r を初期の応力 σ_{r0} で正規化)、 $\sigma_\theta / \sigma_{\theta 0}$ (円周方向の応力 σ_θ を初期の応力 $\sigma_{\theta 0}$

で正規化), $q/(\sigma_{r0}=\sigma_{\theta 0})$ (偏差応力 $q=\sigma_{\theta}-\sigma_r$ を初期の応力で正規化), $p/(\sigma_{r0}=\sigma_{\theta 0})$ (平均応力 $p=(\sigma_{\theta}+\sigma_r)/2$ を初期の応力で正規化) などの変化を示す。この図には、文献(1)に示す実験結果から求めた初期のヤング率を用いた場合の、線形弾性の計算結果も同時に示している。非線形モデルでは応力解放時の円孔の縁でのひずみが大きくなるに従って、半径方向の応力 σ_r/σ_{r0} は単調減少しているが、円周方向の応力 $\sigma_{\theta}/\sigma_{\theta 0}$ は一旦増加してひずみが大きくなると減少していることが分る。この非線形モデルを用いた場合、線形弾性モデルよりも半径方向の応力の減少量は小さくなっている。

次に、圧密およびせん断による体積変化を考慮した場合の、図-1と同様な計算結果を図-2に示す。図-2のグラフに用いた記号は図-1のそれと同様である。非排水条件よりも、図-2に示す排水条件の時の方が、半径方向の応力の減少量は大きくになっている。

図-3は種々な土のモデルを用いた場合の半径方向の応力 σ_r/σ_{r0} の変化を比較したものである。双曲線近似(1)は下に示す式(12)において、 $C_1=C_2=1.0$ の場合であり、双曲線近似(2)は $\varepsilon_a/q-\varepsilon_a$ 関係を線形近似した場合で、 $C_1=0.363, C_2=1.42$ である。また、文献(1)に示す実験結果から割線変形係数 E_{50} を求めて、拘束圧依存性を考慮せずに線形弾性体として計算した結果も同時に示している。。双曲線近似や割線変形係数 E_{50} を用いても応力解放による σ_r/σ_{r0} の変化を正確に表現出来ないことが分る。

$$q = \frac{\varepsilon_a}{\frac{1}{C_1 E_{\max}} + \frac{\varepsilon_a}{C_2 q_{\max}}} \quad (12)$$

5. 結論

土の応力-ひずみ関係の非線形性を正確に表現することによって、平面ひずみ軸対称掘削時の応力解放を簡単に検討した。その結果、従来の線形弾性モデルや双曲線近似では応力解放に伴う半径方向の応力の変化を正確に表現できないことが分った。

参考文献

- (1) 後藤聡, J.B.Burland, 龍岡文夫, 朴春植, 村松正重, 末岡徹(1992): "微小ひずみ時の土のせん断剛性の変化を考慮した土の非線形モデル," 第27回土質工学研究発表会(高知), 投稿中。
- (2) Goto, S. (1986): "Strength and deformation characteristics of granular materials in triaxial tests," Doctor thesis, University of Tokyo.

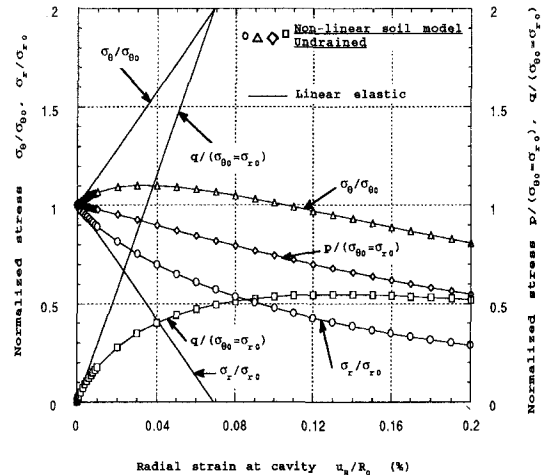


図-1 各種の正規化された応力と、円孔の縁での半径方向の変位 u_R を初期の半径 R_0 で正規化したもの(u_R/R_0)との関係-非排水条件-

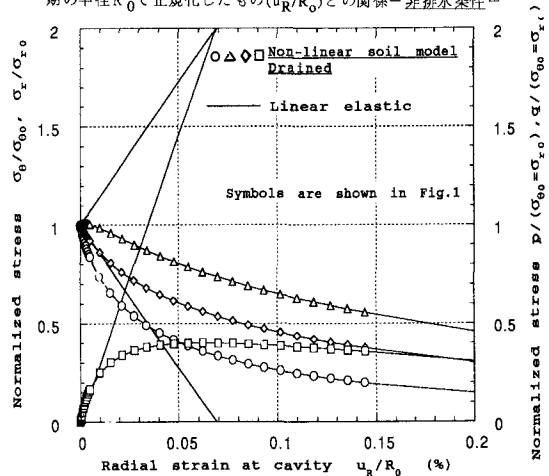


図-2 各種の正規化された応力と u_R/R_0 との関係-排水条件-

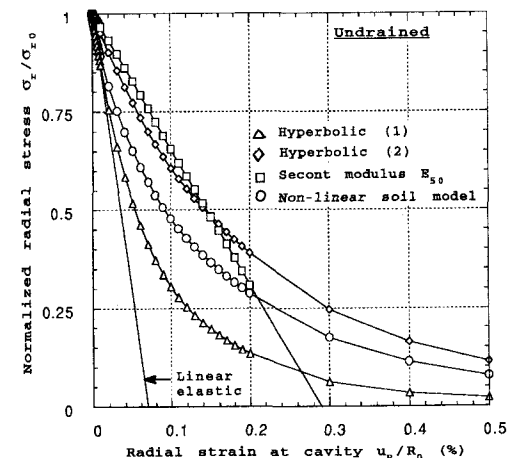


図-3 正規化された半径方向の応力と u_R/R_0 との関係 (線形弾性、 E_{50} 、双曲線近似(1),(2)、非線形モデル)
-非排水条件-