

III-235 ダイレクタンシー角と摩擦角の取り扱いについて

愛媛大学工学部 正会員 榎 明潔・八木則男・矢田部龍一

1. はじめに

粒状体の内部摩擦角の成分は、ダイレクタンシー角 ν およびダイレクタンシーが無い限界状態での摩擦角 μ (これには平面摩擦角と転がり摩擦角があるがここではこの区別は論じない)である。ところで、極限解析法¹⁾においては、関連流れ則(内部摩擦角=ダイレクタンシー角)に従う完全塑性体を前提にした上界および下界定理によって正解の存在範囲を上界解と下界解の間に限定している。一方、すべり線法のある面積を持った要素に対する積分形と考えられる極限平衡法²⁾では内部摩擦角を成分別には扱っていない。そして、実際の土では一般に関連流れ則は成り立たないので、内部摩擦角の成分によって支持力・土圧・斜面安全率などの塑性問題の解がどのような影響を受けるかを明らかにすることは必要である。

ここでは、摩擦体の理論という立場から、ダイレクタンシー角 ν およびダイレクタンシーが無い限界状態での摩擦角 μ の取り扱いについて述べ、最後にせん断試験結果の処理法についても述べる。

2. 簡単なモデルによるダイレクタンシー角および平面摩擦角の取り扱い

図-1(a)は、ダイレクタンシー角 ν 、限界状態での摩擦角 μ の2物体間の外部摩擦モデルである。ただし、 $\nu + \mu = \phi$ とする。上部の物体を右に移動させる摩擦抵抗を求める。図-1(b)は(a)を描き直した力学モデルで、見かけのすべり面をダイレクタンシー角 ν だけ傾けた真のすべり面を考え、この上で μ の摩擦角があるとする。この物体については、極限平衡条件(底面で破壊条件式が成立し、つりあい状態にある)から、次の3式を得る。 $T = N \tan \mu$ 、 $F = T \cos \nu + N \sin \nu$ 、 $W = -T \sin \nu + N \cos \nu$ これらの式から T と N を消去して、 $F = W \tan(\nu + \mu) = W \tan \phi$ を得る。ところで、図-1(c)のように見かけ上すべり面を全摩擦角 $\nu + \mu = \phi$ だけ傾けるとともにすべり面上での摩擦角をゼロとしたモデルで、極限平衡条件を用いて摩擦抵抗を求めても $F = W \tan(\nu + \mu) = W \tan \phi$ を得る。すなわち、全摩擦角が同じなら成分によらず摩擦抵抗が同一になること(ただし、速度場はダイレクタンシー角によって決まるから成分の影響を受ける)、 μ による摩擦抵抗は ν に置き換えて求めることができる。図-1(c)のモデルでは底面に作用する力を求めることなく仮想仕事の原理を用いてエネルギーのつりあいから摩擦抵抗を求めることができる。すなわち、(c)に併記した仮想速度成分を参考に、 F によるエネルギーは Fu 、 W によるエネルギーは $W \tan(\nu + \mu)$ であるから $F = W \tan(\nu + \mu)$ を得る。このようなエネルギーを用いた解法は上界解析法の特徴とされているが、摩擦抵抗のみを考える場合には ν と μ を区別する必要が無いことを考慮すると、関連流れ則が成立しない場合にも適用できるのである。

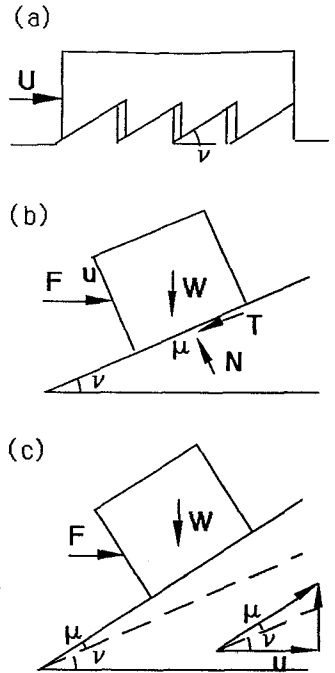


図-1 ダイレクタンシー角と平面摩擦角の関係

3. 支持力問題におけるダイレクタンシー角および限界状態での摩擦角の取り扱い

図-2は内部摩擦角が 30° であるが、成分がすべてダイレクタンシー角である $\nu = 30^\circ$ 、 $\mu = 0^\circ$ の場合と、逆に $\nu = 0^\circ$ 、 $\mu = 30^\circ$ の場合の地盤の支持力問題のGLEM^{1), 2)}による解である。ただし、前者においては幾何的なすべり面を ν だけ傾けたブロック群に対して速度場を求めて仮想仕事の原理によって上界解と同じ方法

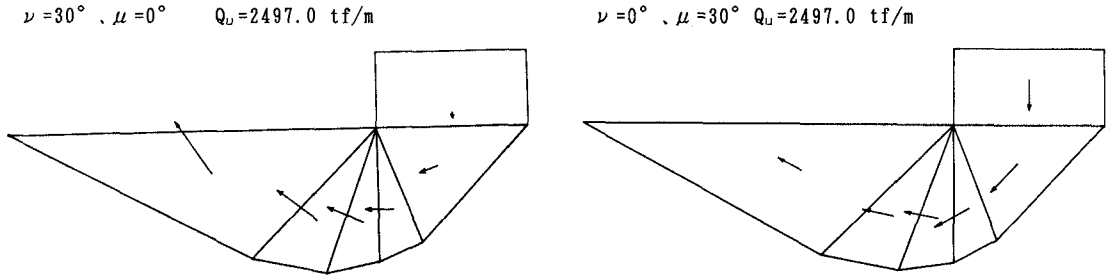


図-2 $\nu=30^\circ, \mu=0^\circ$ の場合と、 $\nu=0^\circ, \mu=30^\circ$ の場合の地盤の支持力とすべり面、速度場
(基礎幅 $B=10\text{m}$ 、 $\gamma=2\text{tf/m}^3$ 、 $c=0$ 、サーチャージ $q=1\text{tf/m}^2$ 、GLEMによる解)

で支持力を求め、後者においては幾何的なブロック群形状に対して力の場を求めてすべり線法(積分形)と同じ方法で支持力を求めている。当然のことであるが、支持力をブロック群の幾何形状に対して最小化している。なお、基礎幅は $B=10\text{m}$ 、 $\gamma=2\text{tf/m}^3$ 、 $c=0$ 、サーチャージは $q=1\text{tf/m}^2$ としている。

得られた支持力とすべり面の形状は両者は全く同一であり、速度場のみが異なることが明らかである。

4. せん断試験におけるエネルギー補正の問題点

一面せん断試験を例として、せん断試験結果にエネルギー補正を行ってダイレイタンシーが無い場合の摩擦角を求める場合の問題点について考える。せん断試験におけるエネルギーのつりあい式は、 T をせん断力、 P を垂直力、 u を T 方向の速度として、1. を参考にするると $Tu=Pu\tan(\nu+\mu)$ であり $Tu=Pu(\tan\nu+\tan\mu)$ ではないから、従来用いられているエネルギー補正($Fu=Wv$ がダイレイタンシーの無い場合に見かけのすべり面で消費されるせん断仕事と考える。ただし、 $v=utan\nu$:鉛直変位増分)は理論的には間違っている。ただし、 T と P の関係から $\tan(\nu+\mu)=T/P$ として直接 $\nu+\mu$ を求め、これと試験中に観測したダイレイタンシー角 ν から限界状態での摩擦角 μ を求める方法は正しい。換言すると、限界状態での摩擦角 μ の定義面は、図-1(a)の見かけのすべり面((b)の水平面)ではなく(b)の真のすべり面(水平面とダイレイタンシー角 ν をなす面)である。なお、ここでは詳細は省略するが、ダイレイタンシー角 ν がある場合の真のすべり面の面積は見かけのすべり面の面積の $1/\cos\nu$ 倍であるから、一面せん断試験などで粘着力 c の評価において真のすべり面の面積を用いないで見かけのすべり面の面積を用いる従来の方は、 c の評価でも間違っていることに注意が必要である。

5. おわりに

ダイレイタンシー角 ν と限界状態での摩擦角 μ の和 $\nu+\mu$ が同じなら支持力・土圧・安全率とすべり面は同じになり、速度場が異なるだけである。限界状態での摩擦角 μ は見かけのすべり面上でなく真の(ダイレイタンシー角 ν だけ傾いた)すべり面上で定義されるべきであり、この混同が各種の問題を招いている。

参考文献

- 1)Enoki et al.:Generalized Limit Equilibrium Method and Its Relation to Slip Line Method, S&F, Vol. 31, No.2, pp.1-13, 1991.
- 2)Enoki et al.:Relation of Limit Equilibrium Method to Limit Analysis Method, S&F, Vol. 31, No. 4, pp.37-47, 1991.