土木学会第47回年次学術講演会（平成４年９月）

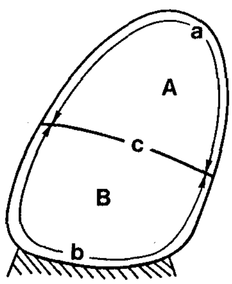
III-234　境界要素法の形状最適化問題への応用に関する検討

徳島大学工学部　正会員　○小嶋　啓介
福井大学工学部　正会員　荒井　克彦
徳島大学工学部　正会員　澤田　健吉
徳島大学大学院　学生員　披田　毅

１．まえがき　有限要素法は柔軟性の高い優れた解析法であるが，解析領域全体を要素分割する必要があるため，３次元問題を対象とする場合には，データ入力，計算時間などの大幅な増加は不可避の問題であり，有限要素法に基づく逆解析には限界があると考えられる．一方境界要素法は，非線形構成モデルの導入が容易でないなど，現段階ではいくつかの欠点を有しているが，未知数の大幅な低減が期待できるため，３次元問題を対象とした逆解析も可能と考えられる．さらに境界要素法では，対象領域の境界のみを離散化すればよいので，要素の再分割が容易であり，地盤内の軟弱層の位置の特定や，部材の最適形状の決定など，幾何学的形状の最適化問題への応用が期待できる．本報告では境界要素法に基づいて，変位の観測データから地盤内の層の境界，軟弱層の位置および形状を特定する逆解析法に関する検討を行う．

２．逆解析問題の定式化　図－１に示すように，解析領域が領域ＡおよびＢの２つの領域から構成されており，その外側境界を境界ａ，ｂとし，両領域の結合境界をｃとする．結合境界ｃ上の変位と表面力の連続条件を考慮し，両領域に関する境界積分方程式を結合すると次式が得られる．

$$\begin{pmatrix} H_{Aa} & H_{Ac} & 0 \\ 0 & H_{Bc} & H_{Bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ u_c \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} G_{Aa} & G_{Ac} & 0 \\ 0 & -G_{Bc} & G_{Bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} t_a \\ t_c \\ t_b \end{Bmatrix} \quad (1)$$



図－１　解析領域

ここに，ｕ，ｔ：変位および表面力ベクトル，Ｈ，Ｇ：変位ならびに表面力に対する係数マトリックスを示している．また，添え字ａ，ｂ，ｃは対応する境界を示し，添え字Ａ，Ｂは積分方程式の対象とする領域を示している．なお，領域が２つ以上からなる問題に対しても，式(１)と同様に定式化できる．

地盤内の成層状況の特定，部材の最適形状の決定など，解析領域の境界を推定しようとする逆解析問題では，決定変数としては節点座標そのものが選択されるが，観測情報は問題の性質に応じて適切な量を選ぶ必要がある．すなわち，応力集中の低減などを目的とした部材の最適形状の探索問題では，境界上および領域内部の応力などが選択され，地盤内の軟弱層の探索問題では，応力に加えて変位などを選択することが可能である．ここでは，境界上の変位の観測データから，地盤内の成層状況を推定する逆解析問題に限定するが，この逆解析問題においては，式(３)の制約条件の下で，次式で与えられる目的関数を最小とする領域境界の座標x_jを探索する最適化問題として定式化できる．

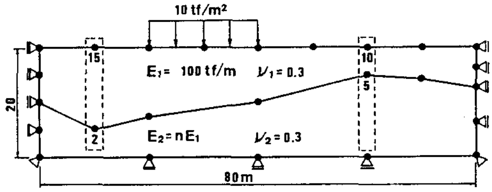
$$\text{minimize} \quad J = \sum_{i=1}^{N_d} (u_i - U_i)^2 \quad (2) \qquad x_{min} \leqq x_j \leqq x_{max} \quad j=1,2,\cdots,N_n \quad (3)$$

ここに，Ｊ：目的関数，N_d：観測変位の個数，U_i：観測点ｉの観測変位，u_i：U_iに対応する計算変位，x_{min}，x_{max}：領域境界の座標x_jの最小値および最大値，N_n：推定すべき境界上の節点の個数を示している．式(２)の最適化計算には，目的関数の決定変数（節点座標）による勾配を数値的に計算し，共役方向を近似的に求めて利用するPowell法を用いた．

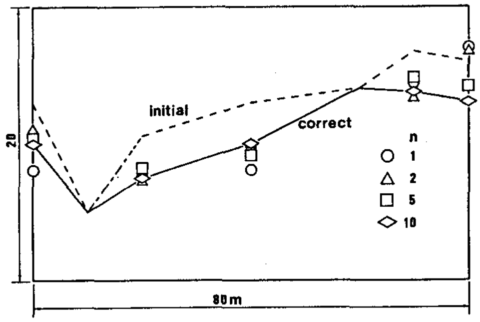
３．モデル地盤に対する適用結果　以下の適用例においては，平面ひずみ条件の下で，領域の境界条件，物性定数，載荷条件などを事前に設定したモデル地盤に対し，境界要素法によって算出された変位を観測変位として与え，はじめに設定した境界座標の一部が未知として探索することにより，逆解析の精度，必要条件などに関する検討を行う．

第1の適用例は図－2に示すように，2層からなる地盤に局所載荷が行われることを想定したモデルであり，2つの層の境界の鉛直座標を探索するものとする．ただし，図の点線で示す位置に変位計が挿入されており，番号を付した節点で変位が観測されるものとし，その位置での境界は既知であると仮定する．また，2つの層の相対剛性が地層境界の探索に及ぼす影響を検討するために，上層の弾性係数とポアソン比ならびに下層のポアソン比を図に示す値に固定し，下層の弾性係数を上層のn倍として算出される変位を観測変位として逆解析を行った．図－3は逆解析結果であり，実線が正しい境界線を，点線が初期値として与えた境界線を，そしてプロットは下層の剛性を種々に変化させた場合の推定位置を示している．ただし，この図では推定結果の誤差を見やすくするために，鉛直座標のスケールを2倍にしている．この図から，2つの層の相対剛性が5倍以上では，比較的精度良く境界座標を推定できているのに対し，2倍以内では精度の良い逆解析は期待できないことが認められる．

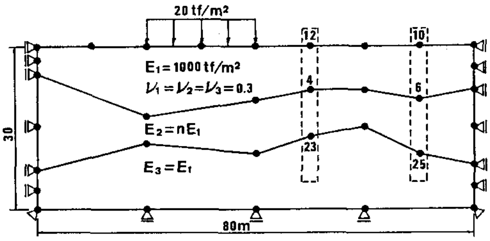
第2の適用例は図－4に示すような3層からなる地盤の中間軟弱層の広がりを探索する問題である．この例では，中間層を軟弱層と想定しており，上下の層の弾性係数とポアソン比は図に示す値に固定し，中間層の弾性係数を種々変化させて先の例と同様に逆解析を行った．図－4に番号を示す節点の変位を与えて逆解析を行った結果を図－5に示す．この例においても，相対剛性が近い場合には，逆解析の精度が悪化していることが明かである．このことは，相対剛性が等しい場合には，境界の位置は事実上任意となり，境界の探索問題は不定問題となると考えられることから，当然の結果と考えられる．実際，推定された座標によって算出された変位は，設定した座標による値に非常に近い値が算出され，目的関数の値もほとんどゼロとなっていることを確かめている．なお，地盤が相対剛性の近い層のみからなっている場合には，その境界の探索の必要性は小さいと考えられるため，以上の結果は，本逆解析法を実務問題へ応用する際には大きな問題点とはならないと考えられる．



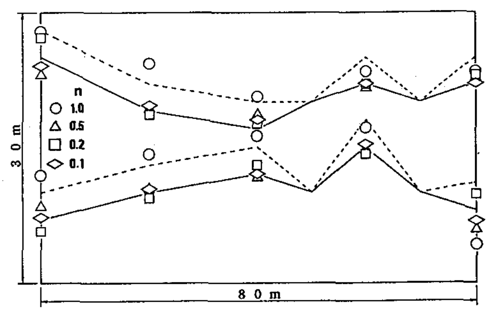
図－2　適用例－1の境界要素モデル



図－3　適用例－1の逆解析結果



図－4　適用例－2の境界要素モデル



図－5　適用例－2の逆解析結果

4．あとがき　ここでは，2次元平面ひずみ条件の下での軟弱層の探索問題に限定して検討したが，今後は，トンネル掘削問題などで現れる無限境界を含む開領域を対象とした境界座標の探索問題，制約条件の厳しい部材の最適形状の決定，3次元問題などへも適用していく予定である．

参考文献　1)田中正隆，松本敏郎，中村正行(1991)：境界要素法，培風館，pp. 213-255.
2)小嶋啓介，足立紀尚，荒井克彦(1991)： Mindlin解に基づく境界要素法の逆解析に関する検討，第26回土質工学研究発表会概要集，pp. 1791-1792.