

III-206 応力履歴テンソルを用いた弾塑性構成式について

岐阜大学工学部 岡二三生
 岐阜大学工学部 八嶋 厚
 京都大学工学部 足立紀尚
 森組(元岐阜大生) 田中 章

1. 序

足立・岡¹⁾²⁾は応力の履歴のひずみ履歴に関する積分から定義される応力履歴テンソルを用いた弾塑性構成式を軟岩に対して導き、特にひずみ硬化-軟化挙動に適用しうることを示した。しかしながら、提案式による数値シミュレーションは実験結果に比べて急激な応力の減少(ひずみ軟化)を示しており、この点の改良が問題点であった。構成式の一般化としては、硬化軟化パラメータの発展則の一般化、ひずみの測度の一般化さらに時間履歴積分の核関数の一般化が考えられる。本報告では核関数を一般化することにより構成式の適用性を広げることを試みた。

2. 応力履歴テンソル

応力履歴テンソルは(1)式のような応力履歴のひずみ測度 z に関する線形汎関数で表されると定義する。

$$\sigma^*_{ij} = \int_0^z K(z-z') \sigma_{ij}(z') dz' \quad (1)$$

$$dz = (de_{ij} de_{ij})^{1/2} \quad (2)$$

ここで、 $K(\cdot)$ は核関数、 de_{ij} は偏差ひずみ増分、 σ_{ij} は応力テンソルである。

(1)式で σ_{ij} の値域は $0 \leq z' < z$ である。従って、(1)式の積分は広義積分である。この理由は値域に z を含むと応力履歴テンソル σ^*_{ij} が陽に現在の応力に依存することを避けるためである。従来単一の指数関数 $\exp(-z/\tau)/\tau$ を核関数として用いてきたが、ここではロシアの粘弾性体の研究者によってその適用性の広さが示され³⁾、その後積分型の構成式の1つであるEndochronic理論⁴⁾でも用いられてきた次式で表現される $z=0$ で弱特異な核関数を用いる。

$$K(z) = \frac{1}{z^\alpha} \exp(-z/\tau)/\rho \quad (3)$$

ここに、 τ, α, ρ は材料定数である。

3. 弾塑性構成式

降伏関数を応力履歴テンソルと硬化-軟化パラメータ κ の関数として次式で表す。

$$f_y = \eta^* - \kappa = 0 \quad (4)$$

$$\eta^* = (s_{ij}^* s_{ij}^* / \sigma_m^*)^{1/2} \quad (5)$$

ここに、 s_{ij}^* は応力履歴テンソルの偏差成分、 σ_m^* は等方成分、 η^* は応力履歴比である。

ひずみ硬化軟化パラメータ κ の発展式は次式で与えられる。

$$\dot{\kappa} = \frac{G' (M_f^* - \kappa)^2}{M_f^{*2}} \dot{\gamma}^p \quad (6)$$

$$\dot{\gamma}^p = (\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij})^{1/2} \quad (7) \quad , \quad \gamma^p = \int_0^t \dot{\gamma}^p dt \quad (8)$$

初期条件 $\gamma^p = 0$ を用いて積分すると双曲線関数となる。

4. 数値計算例

新たな核関数の効果を見るため、過圧密状態にある軟岩のデータを参考に三軸排水状態のシュミレーションを行った。ただし、計算においては、 $z' = z$ で特異になるため、積分の領域を $0 \leq z' \leq z - dz$ と $z - dz \leq z' \leq z$ の2領域に分けた。 $\alpha = 0.0725$ の場合である。図より明らかに新しい核関数を用いた方が最大荷重到達後ひずみの増加に対する応力の減少率は小さい。材料定数 $\sigma'_{mb} = 150 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $e_a = 0.7$ 、 $\rho = \tau$ 、他の定数は図中に示す通りである。また、材料定数の定義については文献2)を参照されたい。

5. 結論 弱特異な核関数を用いることにより、軟化域での応力の減少率は低下することが明らかになった。改良の方法として、硬化軟化則の選び方が考えられる。指数関数型のものを用いた場合も軟化域での応力の減少率は小さくなることも確認している。結果については当日発表の予定です。

6. 参考文献 1)Okada, F. and Adachi, T. (1985), An elasto-plastic constitutive equation of geologic materials with memory, Proc. 5th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, 1, 293-300. 2)足立、岡(1992), 軟岩のひずみ軟化型弾塑性構成式、土木学会論文集、445/II-1-18, 9-16. 3)Robotnov, Yu. N. (1969), Creep problems in structural members, 127-130. (North-Holland Pub. Co.) 4)Valanis, K. C. and C. F. Lee (1984), Endochronic Plasticity, Mechanics of Engineering Materials, 591-609.

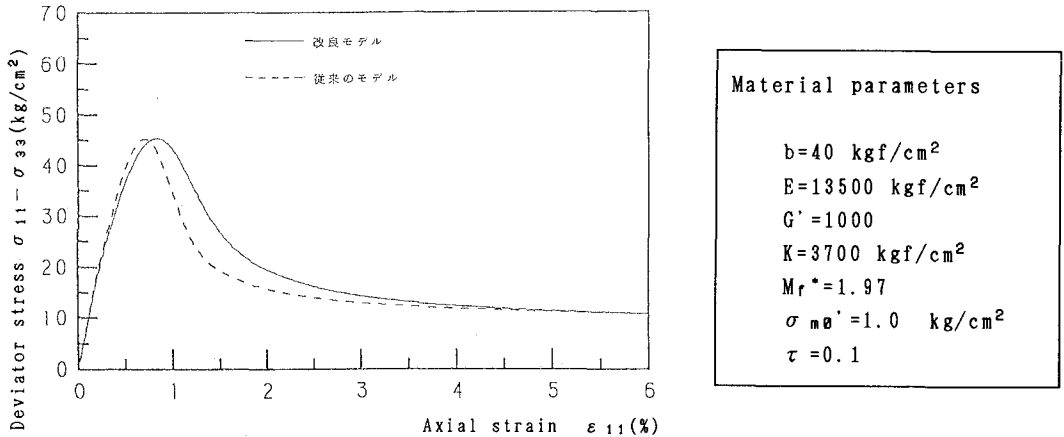


Fig. 1 軸差応力 ($\sigma_{11} - \sigma_{33}$) - 軸ひずみ ϵ_{11} 関係

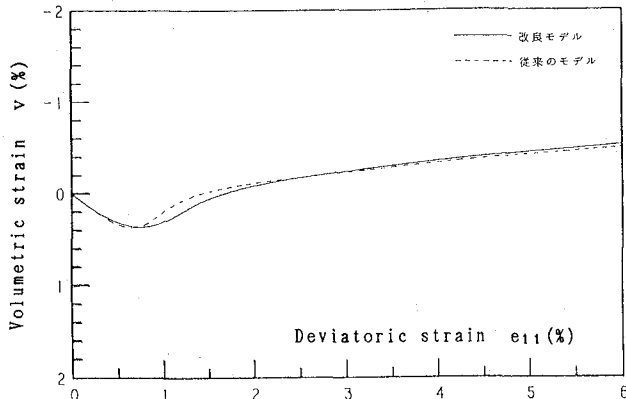


Fig. 2 体積ひずみ - 偏差ひずみ e_{11} 関係