CS 1 - 7〔Ⅲ〕　粒状体における変形の不均一性の定量化について

東北大学工学部　学生員○小林　正人
東北大学工学部　正　員　岸野　佑次

１．まえがき

土や砂のような離散的な粒子で構成される材料の変形機構を調べるにあったては粒状体モデルによる微視的立場からのアプローチが有用であると考えられる。粒状体を構成する粒子の変位は一般に不均一な変位場を形成するが、この不均一な変位場を平均的な変位場と、それからの残差に分離することによって変形局所化などの不均一性を伴う変形場の検討を行なうことは有意義であると考えられる。本文においては変形の不均一性を定量的に表わす測度を定義すると共に、粒状要素法を用いた一軸圧縮試験のシミュレーション結果に応用して変形機構との対応について考察した。

２．変形の不均一性の定式化

粒状体の変位が平均的に線形変換で表わすことができると仮定したときの変形後の粒子の位置座標を$\overline{x}_i$、実際のデータから得られる変形前後の粒子の位置座標をそれぞれx_i、x'_iとして表わせば$\overline{x}_i$は式（１）のように表わせる。式（１）中のb_iは剛体移動を表わす定ベクトル、A_{ij}は平均的な変形を表わす変換係数行列である。また粒子の実際の変位と平均的変位との残差の変位をΔx_iと表わせばΔx_iは式（２）のように与えられる。さらにb_iおよびA_{ij}は最小二乗法を用いて統計処理を行なうものとすれば式（３）の二乗和を最小とする条件より求めることができる。式（３）中のδ_{ij}はクロネッカーのデルタ、Σ_Gは粒状体内部の全ての粒子についての和を表わす。特に座標原点を$\Sigma_G x_j = 0$が成立するように選べば、b_iおよびA_{ij}は式（４）、（５）のように表わされる。式（４）のＮは粒子の個数である。また式（５）のK_{jk}^{-1}は式（６）の逆行列である。以上から求めたb_i、A_{ij}を用いて式（２）の残差変位ベクトル成分間の共分散をテンソルを式（７）のようにテンソル表示する。このテンソルを変形分散テンソルと呼ぶことにする。この変形分散テンソルは粒状体の変形に含まれるすべりの方向選択性など、微視的変形機構の特性を表わす量になっていると考えられる。また式（８）を変形の標準偏差と呼ぶことにする。変形の標準偏差は不均一な変位場の平均的変位場からの残差の程度を表わす指標であり、長さの単位を持つ。

$$\overline{x_i} = A_{ij}x_j + b_i \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\Delta x_i = x_i' - \overline{x_i} \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

$$S = \sum_G \delta_{ij}\Delta x_i \Delta x_j \quad \cdots\cdots(3)$$

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_G x_i \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

$$A_{ij} = K_{jk}^{-1}\sum_G x_k x_i' \quad \cdots\cdots(5)$$

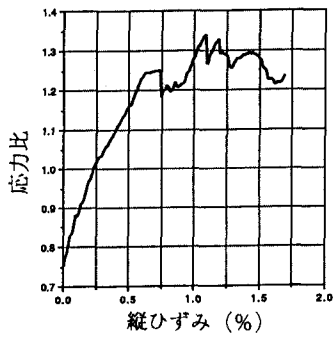
$$K_{jk} = \sum_G x_j x_k \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

$$C_{ij} = \frac{1}{N}\sum_G \Delta x_i \Delta x_j \quad \cdots(7)$$

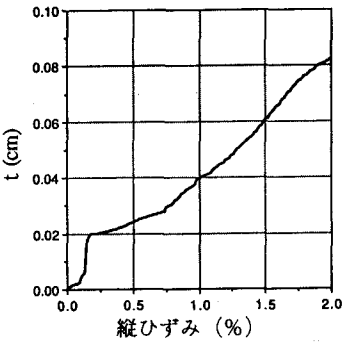
$$t = \sqrt{C_{ii}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

３．解析例と考察

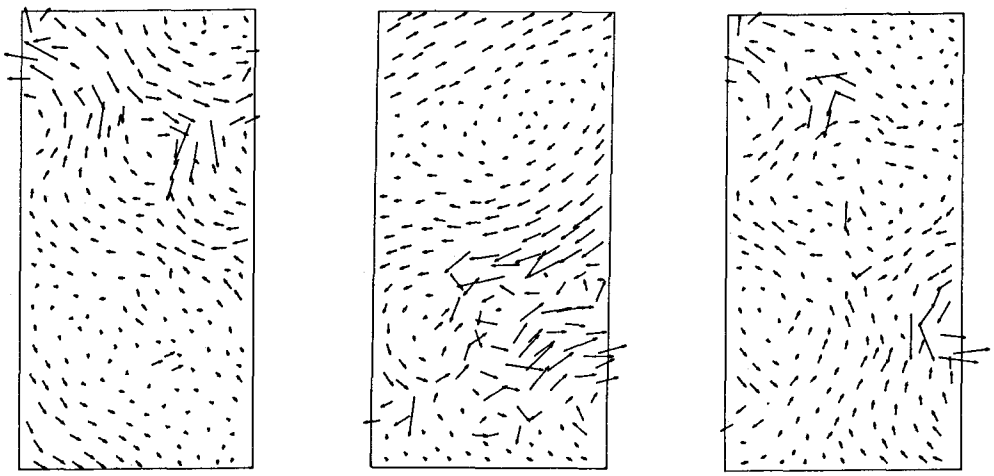
解析に用いた粒状体モデルと諸定数の値は松井ら[1]と同様である。載荷方法はひずみ制御一軸圧縮試験とした。図－１に応力比と縦ひずみの関係を示す。図－２は初期状態からの変位に対して変形の標準偏差と縦ひずみの関係を表わしている。同図の初期の急激な立ち上がりは等方圧密直後に一軸圧縮を受ける際の過度的な部分と考えられる。変形の標準偏差0.27cm、縦ひずみ0.74%の変曲点は図－１における応力比がピーク値に達した後、応力比低下が生じるステップに対応している。また初期のなじみの部分を除くと、曲線は変曲点を境に２つの直線で近似できる。これらをそれぞれ弾性域および非弾性域と呼ぶこととする。弾性域においては粒子移動の自由度が小さいのに対し、粒子の再配列が生じた変曲点以降の非弾性域においては粒子移動の自由度が大きいと考えることができる。



図－１応力比～縦ひずみ曲線

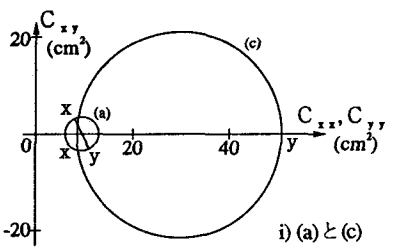


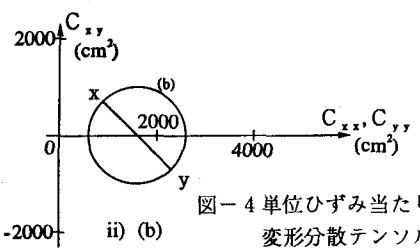
図－２変形の標準偏差と縦ひずみの関係



(a) 0.40%～0.50%　(100倍)　(b) 0.74%～0.75%　(100倍)　(c) 0.90%～1.0%　(100倍)

図－３残差変位ベクトル図





図－４単位ひずみ当たりの変形分散テンソルのモール円

次に不均一な変形場の分散を調べるために、巨視的ひずみの増分に対応する残差変位ベクトルをもとに変形分散テンソルを求めた結果について述べる。図－３(a)(b)(c)は図中の各ひずみステップにおける残差変位ベクトル図である。また図－４ i) ii)は単位ひずみ当たりの変形分散テンソルのモール円表示である。図－４ i) ii)を図－３と比較すると、変形分散テンソルの最大主値に対応する主軸の方向（(a) - 56度　(b) 25度　(c) 90度）と残差変位ベクトルの卓越した方向がほぼ一致していることがわかる。また変曲点における変形分散テンソルの各成分の値は他の２つと比べて非常に大きくなっているが、これは変曲点における載荷により、粒子再配列と共に誘導異方性が生じていることを示していると考えられる。

＜参考文献＞

１）松井　淳：剛性行列に基づく粒状体の変形局所化の解析、土木学会第４７回年次学術講演会講演概要集(1992)