

II-524

圧気型潜水構造物による非線形定常境界値問題の解析法について

名古屋大学大学院 学○金 度参
名古屋大学工学部 正 岩田好一朗
名古屋大学大学院 学 織田幸伸

1 はじめに: 本研究は、一定水深の2次元波動場に固定された潜水圧気型構造物の非線形な波浪変形および空気圧の変化を議論したもので、理論解析において、圧気室内の空気圧の変化は *Boyle・Charles* の法則に基づいた断熱変化と仮定して導かれたモデルを使って解析し、波動場の解析は摂動と *Green* 公式に基づくものの、従来の非線形定常境界値解析法¹⁾と異なる有限振幅波の定常境界値問題の解析法（減衰定常波を考慮して仮想鉛直境界面を任意の位置で取られる解析法）を提案するとともに、実験により解の妥当性を検証する。

2 理論解析: 図-1に示すような潜水固定圧気構造物に対し、 x の正方向から有限振幅波（*Stokes* 波）が入射する場合を考える。その時、摂動パラメータ ϵ の1次の入射波の振幅、波数、角周波数をそれぞれ η_0 , $k_0^{(1)}$, σ とし、任意の位置 $x = \pm b$ に仮想鉛直境界面を設けると、閉流体領域 R_c は自由水面、底面、 $x = \pm b$ の仮想鉛直境界面、構造物および圧気室内の水面により囲まれる。ここで、境界面に対する外向き法線を ν とし、速度ポテンシャルを $\phi(x, z; t)$ 、自由水面での水面波形を $\eta(x, t)$ 、圧気室内の水面波形を $\zeta(x, t)$ 、圧気室内の空気圧を $P(t)$ とすると、各々の境界面での境界条件は次のようである。

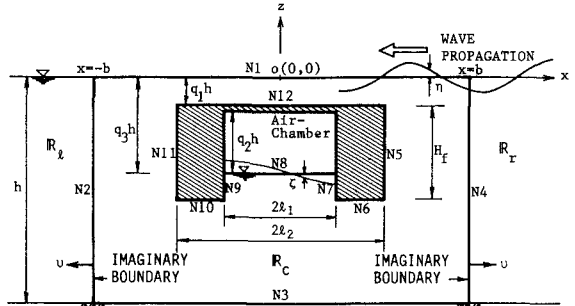


図-1 潜水固定圧気構造物の諸元と座標系

自由水面および圧気室内の水面での水面境界条件: 自由水面と圧気室内の水面での力学的および運動学的境界条件を静水面に対して *Taylor* 級数展開し、さらに各々の変数に対して摂動展開式を採用して、時間項を省略すると、次式のようになる。

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi^{(1)} + \frac{i\sigma}{\rho g} P^{(1)} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} - \frac{(2\sigma)^2}{g} \phi^{(2)} + \frac{2i\sigma}{\rho g} P^{(2)} = -\frac{i\sigma}{g} \left\{ \left(\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} - \frac{1}{g} \frac{\xi^{(1)}}{2} \left(-\sigma^2 \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} + g \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

ここで、自由水面では $P = 0$, $\xi^{(1)} = \eta^{(1)}$ 、圧気室内の水面では $\xi^{(1)} = \zeta^{(1)}$ である。

仮想鉛直境界面での境界条件: 仮想鉛直境界面の外側の流体領域 R_r , R_l において、 ϵ の1次の速度ポテンシャルと水面境界条件式から *Laplace* 方程式を満足するように、 ϵ の2次の速度ポテンシャルの一般解²⁾を解析的に求めると、仮想鉛直境界面での境界条件が与えられる。ここで、法線方向に関する仮想鉛直境界面での ϵ の2次の境界条件のみを表すと、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \nu} = & -\frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(2)} k_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)} b} Z(k_n^{(2)} z) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) \dot{Q}_{np}(b) Z(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) (k_n^{(1)} - k_p^{(1)}) \bar{Q}_{np}(b) Z(k_n^{(1)} - k_p^{(1)}), x = b \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \nu} = & -\frac{g}{k_0^{(1)} \sigma} \sum_{n=0}^{\infty} I_n^{(2)} k_n^{(2)} e^{-k_n^{(2)} b} Z(k_n^{(2)} z) - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) (k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) I_n^{(1)} I_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}) b} \\ & \times Z(k_n^{(1)} + k_p^{(1)}), x = -b \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)})$, $g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)})$, $\dot{Q}_{np}(b)$ および $\bar{Q}_{np}(b)$ は次式のようにである。

$$f(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}), g(k_n^{(1)}, k_p^{(1)}) = \frac{\frac{ig}{2k_0^{(1)2} \sigma} \{3(\sigma^2/g)^2 \pm 2k_n^{(1)} k_p^{(1)} + k_p^{(1)2}\}}{\frac{(2\sigma)^2}{g} + (k_n^{(1)} \pm k_p^{(1)}) \tan(k_n^{(1)} \pm k_p^{(1)}) h}, f \cdots + \text{の記号}, g \cdots - \text{の記号} \quad (5)$$

$$\dot{Q}_{np}(b) = A_n^{(1)} A_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)} + k_p^{(1)})x} - B_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} + k_p^{(1)})x}, Z(k_n^{(2)} z) = \frac{\cos k_n^{(2)}(z+h)}{\cos k_n^{(2)} h} \quad (6)$$

$$\bar{Q}_{np}(b) = A_n^{(1)} B_p^{(1)} e^{(k_n^{(1)} - k_p^{(1)})x} - B_n^{(1)} A_p^{(1)} e^{-(k_n^{(1)} - k_p^{(1)})x}, Z(k_n^{(1)} \pm k_p^{(1)}) = \frac{\cos(k_n^{(1)} \pm k_p^{(1)})(z+h)}{\cos(k_n^{(1)} \pm k_p^{(1)})h} \quad (7)$$

底面と構造物表面での境界条件: 底面と構造物表面での境界条件は法線方向の流速が零である条件を用いる。以上のように、閉領域 R_c の各々の境界面で与えられた境界条件式を用い、図-1 に示すような閉領域におけるある地点 X での速度ポテンシャルに関して次式のような Green 公式が成り立つ。

$$\phi(X) = \int_s \left\{ \phi(X_b) \frac{\partial G(r)}{\partial \nu} - G(r) \frac{\partial \phi(X_b)}{\partial \nu} \right\} ds, \quad G(r) = \frac{1}{\pi} \log r \quad (8)$$

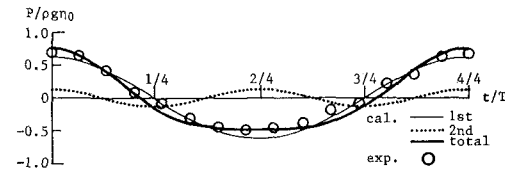
ここで、 r は境界上の点 X_b と $X(= (x, z))$ との間の距離で、積分は境界 ($s = N1 + N2 + \sim + N12$) に沿って反時計まわりに行われる。

圧気室内の空気圧縮モデル: 圧気室内の空気圧は Boyle・Charles の法則に基づいた断熱変化を仮定することにより、次式のような状態方程式が得られる。

$$P^{(0)} + \Delta P = P^{(0)} \left\{ \frac{V^{(0)}}{V^{(0)} - \Delta V} \right\}^\gamma, \quad \gamma = 1.4 \quad (9)$$

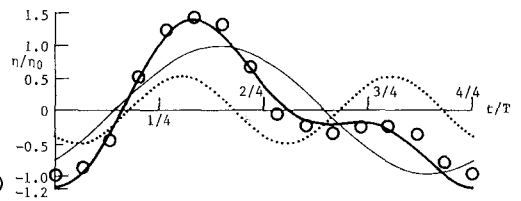
ここで、 $P^{(0)} (= \rho g q_3 h)$ と $V^{(0)} (= 2\ell_1 q_2 h)$ は圧気室内の初期空気圧と空気の初期体積であり、 ΔP と ΔV は空気圧の変動量と空気の体積変化量で圧気室内の水面変動により与えられる。上式 (9) を静止状態の $V^{(0)}$ に対して Taylor 級数展開し、各変数に対する摂動展開式を使うと、 ϵ に関する 1 次と 2 次の空気圧の変化式が求められる。

3 解析結果: 図-2 は空気圧の時間変形を示したもので、谷が平坦になり、峰が尖る非線形性が認められる。また、解析結果と実験値がよく一致する。図-3 は水面の時間波形を示した例であるが、図-3 (a) は構造物の上面での波形を、図-3 (b)(c) は構造物の後面（岸側）での波形を表している。図からわかるように、構造物の上面での水深が急に浅くなるために非線形波が大きく発生し、構造物の後方へ進行していく。その時の水面波形は 1 次と 2 次成分の位相差によって波形が変わるのがわかる。

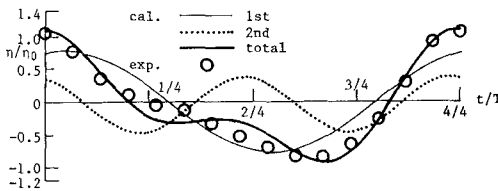


($q_1 h/h = 0.2, q_2 h/h = 0.1, 2\eta_0/L = 0.01, 2\ell_2/L = 0.33$)

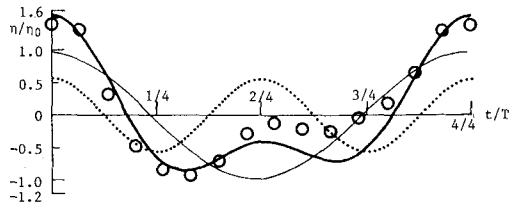
図-2 圧気室内の空気圧の時間波形



(b) $x/L = -0.725$



(a) $x/L = -0.112$



(c) $x/L = -0.850$

($q_1 h/h = 0.2, q_2 h/h = 0.2, 2\eta_0/L = 0.0175, 2\ell_2/L = 0.45, n = p = 10, \pm b = \pm L \pm \ell_2$)

図-3 自由水面の時間波形

4 おわりに: 本研究で提案した解析法は、仮想鉛直境界面上の分割要素の数 (N) と考慮する減衰定常波の数 (M) の間に $N = M + 1$ の関係を満たさなければならないなどの制限があるものの、構造物による波の変形に関する非線形定常解析法として有効であると思われる。

<参考文献>

- 1) 吉田ら: グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第36巻, pp.469 ~ 473.
- 2) 吉田ら: ポテンシャル接続法による有限振幅波の境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第37巻, pp.519 ~ 523.