II-486 非定常緩勾配不規則波動方程式における波の入射境界条件の改良

東京電力 正会員 石井敏雅
東京大学工学部 正会員 磯部雅彦
東京大学工学部 正会員 渡辺晃

1. はじめに

波浪変形計算に対し、種々の方法が提案されているが、このうち渡辺・丸山(1984)による非定常緩勾配方程式による方法は規則波の変形に関しては、浅水変形、屈折、回折、反射、砕波を含む計算が可能となっている。しかし、不規則波への拡張となると、従来のように、まず、規則波に分解し、それぞれの変形計算を行った上で解を重ね合わせる必要が生じ、このため、長い計算時間が必要になるとともに砕波減衰モデルの組み込みが困難となる。窪ら(1991)の非定常緩勾配不規則波動方程式による方法は、これらの問題点を解決するため、異なる周波数の成分波に対しても共通に使用することができるような、周波数に無関係な係数のみを含む基礎方程式を導き、不規則波の浅水変形、屈折、回折、反射、砕波を直接時系列的に計算できるようにしたものである。本研究では、非定常緩勾配不規則波動方程式による波浪変形計算をより少ない記憶容量と計算時間で効率的に計算するため、波浪の入射方法を改良した。

2. 数値計算の概要

1次元モデルの場合、沖から岸向きにx座標をとると非定常緩勾配不規則波動方程式は次式のように表わされる。

$$\frac{\partial\bar{\alpha}}{\partial x}\frac{\partial\bar{\eta}}{\partial x}+\bar{\alpha}\frac{\partial^2\bar{\eta}}{\partial x^2}+i\frac{\partial\bar{\beta}}{\partial x}\frac{\partial^2\bar{\eta}}{\partial x\partial t}+i\bar{\beta}\frac{\partial^3\bar{\eta}}{\partial x^2\partial t}
+\bar{k}^2\acute{\alpha}\bar{\eta}+i\acute{\gamma}\frac{\partial\bar{\eta}}{\partial t}=0 \tag{1}$$

$\bar{\eta}$ は成分波の複素水面変動振幅に、成分波の周波数の代表周波数からの偏差分の時間項をかけた値であり、$\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\acute{\alpha},\acute{\gamma}$は代表周波数の波の波数と水深によって決まる係数、$i$ は虚数単位である。(1)式をCrank-Nicholson法によって解く場合を考えると差分式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\frac{\bar{\alpha}_{n+1}-\bar{\alpha}_{n-1}}{2\Delta x}\left\{\frac{\bar{\eta}^{t+1}_{n+1}-\bar{\eta}^{t+1}_{n-1}}{2\Delta x}+\frac{\bar{\eta}^{t}_{n+1}-\bar{\eta}^{t}_{n-1}}{2\Delta x}\right\}\\
+\;&\frac{1}{2}\bar{\alpha}\left\{\frac{\bar{\eta}^{t+1}_{n-1}-2\bar{\eta}^{t+1}_{n}+\bar{\eta}^{t+1}_{n+1}}{\Delta x^2}+\frac{\bar{\eta}^{t}_{n-1}-2\bar{\eta}^{t}_{n}+\bar{\eta}^{t}_{n+1}}{\Delta x^2}\right\}\\
+\;&i\frac{\bar{\beta}_{n+1}-\bar{\beta}_{n-1}}{2\Delta x}\left\{\frac{(\bar{\eta}^{t+1}_{n+1}-\bar{\eta}^{t+1}_{n-1})-(\bar{\eta}^{t}_{n+1}-\bar{\eta}^{t}_{n-1})}{2\Delta x\Delta t}\right\}\\
+\;&i\bar{\beta}\left\{\frac{(\bar{\eta}^{t+1}_{n-1}-2\bar{\eta}^{t+1}_{n}+\bar{\eta}^{t+1}_{n+1})-(\bar{\eta}^{t}_{n-1}-2\bar{\eta}^{t}_{n}+\bar{\eta}^{t}_{n+1}}{\Delta x^2\Delta t}\right\}\\
+\;&\bar{k}^2\acute{\alpha}\frac{\bar{\eta}^{t+1}_{n}+\bar{\eta}^{t}_{n}}{2}+i\acute{\gamma}\frac{\bar{\eta}^{t+1}_{n}-\bar{\eta}^{t}_{n}}{\Delta t}=0
\end{aligned} \tag{2}$$

(2)式を左辺が未知量、右辺が既知量となるように整理すると次式となる。

$$A1_n\bar{\eta}^{t+1}_{n-1}+A2_n\bar{\eta}^{t+1}_{n}+A3_n\bar{\eta}^{t+1}_{n+1}=B_n \tag{3}$$

$$B_n=B1_n\bar{\eta}^{t}_{n-1}+B2_n\bar{\eta}^{t}_{n}+B3_n\bar{\eta}^{t}_{n+1}$$

添え字の n はx方向の格子番号で t は時間ステップ数を表わす。$A1_n\sim A3_n,B1_n\sim B3_n$は$\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma}$等によって決まる係数である。(3)式からわかるように、(1)式は、3項対角連立1次方程式を解く問題に帰着する。

3. 入射方法の概要

入射境界条件は、入射波が計算領域内に入射されるとともに、計算領域からの反射波が自由に領域外に出るというものでなければならない。従来は、図-1のエネルギー減衰帯内のすべての計算格子点を入射点とし、入射波を強制外力的に与えることにより入射波は減衰させず、反射波のみを減衰させる方法を用いていたが、この方法では、反射波を十分に減衰させるために必要なエネルギー減衰帯の長さが長いため、多くの格子点に入射波を与えなければなら

ない。これに対し、入射させる不規則波は、規則波を入射点毎に合成することにより作成するため、入射点が少ないほど入射波作成のための記憶容量、計算時間は少なくなる。そこで、本研究では図-1 に示すような計算対象領域とエネルギー減衰帯との境界の１点とその一つ外側の１点の２点での入射波を用い、計算対象領域内では入射波と計算対象領域内からの反射波の共存波浪場、エネルギー減衰帯内では反射波のみの波浪場となるように計算格子点への入射波の入力を操作することにより入射波の項を計算に取り込む方法を用いた。すなわち、図-1 の点 P-1 でたてた差分式では入射波がないため点 P から入射波成分を差し引くことにより式に含まれる点 P-1 を中心とする３項を反射波のみを含む項とし、逆に点 P でたてた式には入射波が含まれているため点 P-1 に入射波成分を加えてやることにより点 P を中心とする３項を入射波と反射波を含む項として式を解くものである。

具体的に (3) 式に本入射方法を適用すると次のようになり、これを用いることにより点Ｐにおいて波が入射されることになる。

$$A1_p\tilde{\eta}_{p-1}^{t+1} + A2_p\tilde{\eta}_p^{t+1} + A3_p\tilde{\eta}_{p+1}^{t+1} = B_i - A1_p\tilde{\eta}_{INp-1}^{t+1} + B1_p\tilde{\eta}_{INp-1}^{t} \quad (4)$$

$$A1_{p-1}\tilde{\eta}_{p-2}^{t+1} + A2_{p-1}\tilde{\eta}_{p-1}^{t+1} + A3_{p-1}\tilde{\eta}_p^{t+1} = B_i + A3_p\tilde{\eta}_{INp}^{t+1} - B3_p\tilde{\eta}_{INp}^{t} \quad (5)$$

4. 計算例

図-2 に本方法を用いた波の計算例を示す。図-2 の縦軸は波高 H であり、横軸は、原点からの距離 x を波長 L で無次元化したものである。(a) は水深を 5.5m とし, 波高 1.0m, 周期 6 秒, 波長 40m の波であり、(b) は水深を 14m とし、波高 1.0m, 周期 5.5 秒, 波長 45m の波である。設定した波高、周期の波が発生していることおよび岸側境界からの反射波がある場合は、計算対象領域では、入射波と反射波の共存場となっているのに対し、減衰帯内では、反射波のみの波浪場となり、減衰帯により減衰していることがわかる。

5. おわりに

非定常緩勾配不規則波動方程式に波浪を効率良く入射する方法について１次元の場合を対象として記述した。今後は、２次元モデルへの適用について検討する予定である。

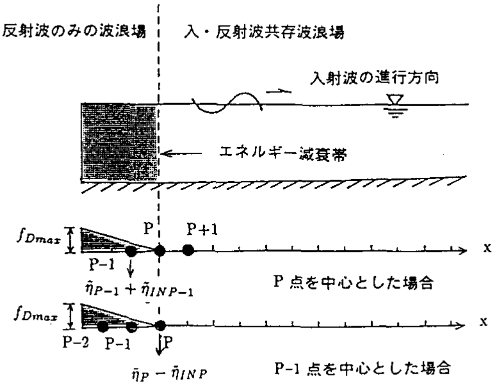
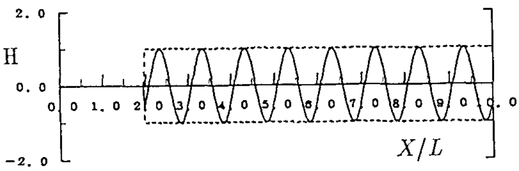
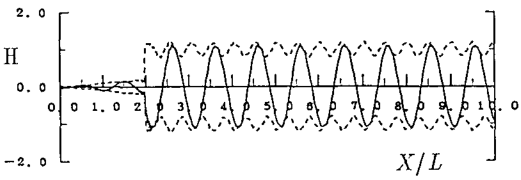


図-1　入射方法の概念図



(a) 入射波



(b) 入射波と反射波

図-2　波の計算例

〈参考文献〉

窪・小竹・磯部・渡辺 (1991): 非定常緩勾配不規則波動方程式について, 第 38 回海岸工学論文集,pp.46–50.

渡辺・丸山 (1984):屈折・回折・砕波減衰を含む波浪場の数値解析法, 第 31 回海岸工学論文集,pp.103–107.