

II-484 波状跳水におけるエネルギー保存則について

北見工業大学工学部 正員 佐藤 幸雄
北見工業大学工学部 正員 鯉目 淑範

I. まえがき

開水路の跳水現象に関しては古くから水理学上の問題としてよく知られている現象である。そして、これらは、完全に2次元の取扱いであり、跳水前のフルード数により、跳水の形態および各水理量を見積ることができる。しかし通常の開水路においては或る水路幅を有して側壁が設置されているため、跳水フロントが側壁の影響を受けて、側壁の近傍では壁面に直角とはならず、ある角度を持ってくの字に屈曲するくさび部分が発生する。また、このくさび部分の規模によりフロントの形状は種々変化する。このような複雑な形状を示す跳水フロント部は2次元流ではなくむしろ3次元的流況を示していることも、以前トレーサーを用いた可視的な実験において観察されている。したがって、本来側壁を有する開水路の跳水現象は3次元的解析が必要と考えられる。本研究では跳水の3次元的取扱いを行う前段として、基礎的な知識を得るためにまず水路中央部に発生する波状跳水に対する側壁の影響を調べてみることにし、定常的に形成される波状跳水の波高に関して、エネルギーフラックスを適用して求めてみた。以下にその概要を述べることにする。

II. 実験装置および方法

使用した水路は図-1に示すような観測地点の側壁の一部にアクリライト板を使用した木製(表面塗装)の2次元水路で底勾配は $i=1/100$ の場合のみとした。流量は $Q \approx 3.0 \sim 8.0 \text{ l/sec.}$ の間で10種類程に変化させた。この場合の跳水前フルード数は $Fr_0 = 1.5 \sim 1.7$ 程度で、跳水フロントには乱れが生じないで波状跳水が発生する状況である。このような水理条件で水路幅 $B=60 \text{ cm}$ と 90 cm の2種類について実験を行った。測定は各流量について射流域の断面平均水深 h_0 を測定し、そのときの流速は $U_0 = q/h_0$ より求めた(q ; 単位幅流量)。また波状跳水部分については水路中央部における波状の第1、第2、第3波についての平均

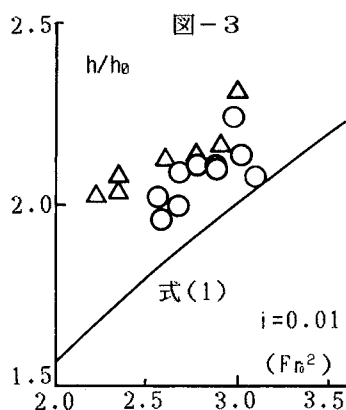
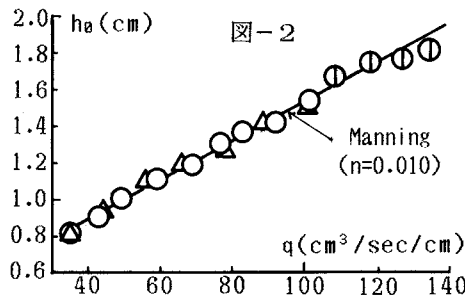
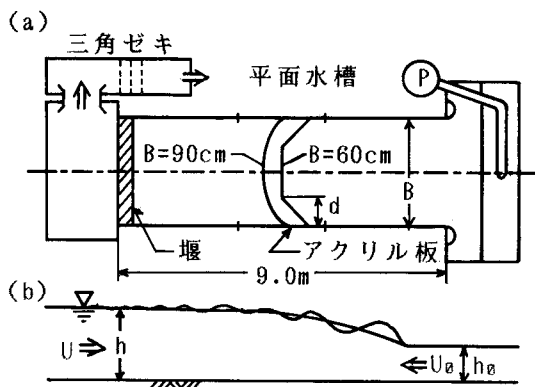
波高 H 、平均波長 L 、平均水深 h を求めた。

III. 実験結果

(1) 跳水前、跳水後の平均水深 h_0 、 h について

跳水直前の射流域の断面平均水深 h_0 については図-2に示

図-1 実験装置および流況



した。流況は粗度係数 $n=0.01$ のマンギの式(実線)に一致している。また、跳水後の h は図-3に示すように式(1)と比較して測定値は大きく波状跳水を生成し得ると考えられる。

$$h/h_0 = (-1 + 8F_{r0}^2)^{1/2} / 2 \quad (1)$$

(2) 波状跳水の波長および波高

図-4に従って、2次元エネルギー保存の式(2)中の圧力、流速、水位エネルギーフラックス F_p , F_u , F_ξ はそれぞれ式(3), (4), (5)であり、また跳水前の F_0 は式(6)で与えられる。そして跳水の前後について $F_0 = F_p + F_u + F_\xi$ が成り立つ。

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} U \left\{ p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + w^2) + \rho g \xi \right\} dz = 0 \quad (2)$$

$$F_p = \int_{-h_0}^{h-h_0} (U-u') p dz \quad \text{ここに, } p = -w_0(h_0-h+z) + \frac{w_0 h}{2} \frac{\cosh k(z+h_0)}{\cosh kh} \sin kx, \\ = \frac{1}{2} w_0 h^2 U \left\{ 1 + \left(\frac{H}{h} \right) \frac{\tanh kh}{kh} - 2 \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \left[\frac{\cosh kh - 1}{(kh)^2 \sinh kh} \right] \sin kx - \left(\frac{H}{h} \right) \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \left[\frac{2kh + \sinh 2kh}{2kh \sinh 2kh} \right] \sin^2 kx \right\} \quad (3)$$

$$F_u = \int_{-h_0}^{h-h_0} (U-u') \left\{ \frac{\rho}{2} [(U-u')^2 + w'^2] \right\} dz \quad \text{ここに, } u' = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(z+h_0)}{\sinh kh} \sin kx, w' = 0 \\ = \frac{U^2}{2g} w_0 h \left\{ 1 - \frac{3}{kh} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \sin kx + \frac{3}{4kh} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right)^2 \left[\frac{2kh + \sinh 2kh}{\sinh^2 kh} \right] \sin^2 kx - \frac{1}{3kh} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right)^3 \left[\frac{\sinh^2 kh + 3}{\sinh^2 kh} \right] \sin^3 kx \right\} \quad (4)$$

$$F_\xi = \int_{-h_0}^{h-h_0+\eta} (U-u') \rho g \xi dz = \frac{1}{2} w_0 (h+\eta)^2 U \left\{ 1 - \frac{2}{(k(h+\eta))^2} \left(\frac{\bar{U}}{U} \right) \left[\frac{1+kh \sinh kh - \cosh kh}{\sinh kh} \right] \sin kx \right\} \quad (5)$$

$$\text{ここに, } \frac{\bar{U}}{U} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H}{h} \right\} \frac{(kh \tanh kh)^{3/2}}{Fr}, \quad \sigma^2 = gk \tanh kh, \quad k = 2\pi/L, \quad \bar{U} = \frac{\pi H}{T}, \quad \xi = (z+h_0),$$

$$F_0 = \int_{-h_0}^0 U_0 \left\{ \frac{\rho}{2} U_0^2 + (-w_0 h) + w_0 (z+h_0) \right\} dz = U_0 h_0 \left\{ h_0 + \frac{U_0^2}{2g} \right\} \quad (6)$$

この式は水深 h 、波長 L を与えたとき H/h の3次式となり繰り返し計算で求めることが出来る。いま、 F_0 を既知として、 h に式(1)を適用する。波長 L については未だ不明であるが、一応測定値を使用することとした。 L の測定値は図-5に示すように q についてほぼ直線であるが、水路幅 B により若干差異が見られる。このようにして、単位幅流量 q に対する H/h の値を求めてみると図-6に示すような結果が得られた。

図において、水路幅 B により測定値・計算値ともに若干の差異が見られるが、両者共にほぼ類似した傾向を示している。従って、エネルギー保存則によりおおよその波状跳水の波高の見積りが可能と考えられる。

また、水路幅 B に対する差異については波長に現れた差異を含んでいるものと考えられ、この点については、さらにフロントの形状、 Fr_0 数などと波長 L との因果関係を十分検討する必要があると考えられる。

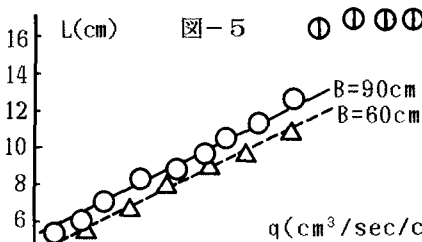


図-5

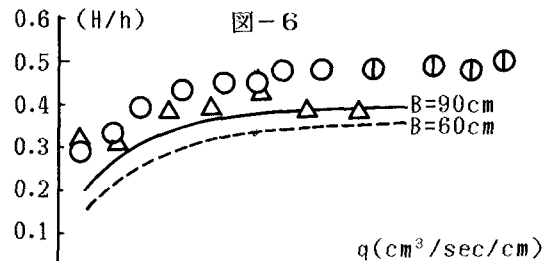


図-6

<参考文献>

(1) 浜中建一郎, 森明巨: 弱い跳水に於ける流れの3次元構造、土木学会北海道支部論文報告集第47号 1991