II-481　波動場に於ける底面境界層の数値解析

北海道大学工学部　学生員　渡部　靖憲
北海道大学工学部　正　員　浜中建一郎
北見工業大学工学部　正　員　佐藤　幸雄

１．はじめに

底面に砂漣等の粗度がある場合、剝離や乱れにより底面境界層の厚さは、砂漣の波長の様な粗度の代表長程度となると考えられる。従って、砕波帯以外のおだやかな海域で生ずる漂砂現象は、ほぼ境界層内部で起こるものと考えられる。このことから、境界層内部の流れの構造を知ることは重要である。

始めに、移動座標形を用いた波動境界層の数値解法について述べ、動粘性係数だけを考慮した場合の計算例を示し、線形解と比較する。次に平均水平流速を求め、Longuet-Higgins (1) の解との比較を述べる。

２．解析方法

流れを断面２次元と仮定し、基礎方程式として渦度方程式と流れ関数に対するポアソン方程式を用いる。全ての変量を波の波数と周波数で無次元化し、波の波速で移動する座標系から見ると、基礎方程式

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial y}\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial \omega}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) \qquad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\omega \tag{1}$$

ここで、ω；渦度　，ϕ；流れ関数　，ν；動粘性係数

境界条件は、底面を$y=0$として

$$y=0 \text{ で } \quad u=-1 \ , v=0 \tag{2}$$

$$y=y_t \text{ で } \quad u = a\frac{\cosh y_t}{\sinh h}\cos x-1 \ , \quad v = a\frac{\sinh y_t}{\sinh h}\sin x \quad , \omega=0 \tag{3}$$

となる。ここで aは表面波の振幅である。この移動座標系で見る方法は今回の解析では本質的ではないが、自由表面まで含めた解析をする場合は有効となるだろう。

次に、渦度と流れ関数を水平方向に波の波長を基本周期とするフーリエ級数に展開する。このことにより、流れ関数に対するポアソン方程式を、２次元の楕円形方程式から１次元のそれに退化させ、メモリーの節約と計算時間の短縮がはかられる。ただし、渦度方程式は実空間で求める方が簡単のようである。

さらに、底辺近傍で細かなメッシュが得られるよう、次の座標変換を行う（$y \to \zeta$）。

$$y = y_t\frac{e^{b\zeta}-1}{e^{b}-1} \tag{4}$$

以上の様な変換の後、空間微分は中央差分で、時間微分は前進差分で書き換え、計算を実行する。なお、底面での渦度はThom (2) のスキームによって与えた。

３．計算例

前節の方法で実行した一例を示す。与えたパラメータは、$a=0.3$，$\nu=7.6\times10^{-5}$，$h=0.8$，$y_t=0.2$，$b=5$であり計算点は64×64、時間間隔は１周期を4800分割している。これは実験室規模で考えると水深50cmで周期が2秒、波高はほぼ砕波条件に近い値である。渦度及び流れ関数の初期値は図１と図２で示した線形解を与えた。図３は、開始してから１周期後までの1/8周期ごとの渦度の等高線である。縦軸は、ζである。非線形性の効果が徐々に現れてくる様子が分かる。図４は１周期後の流れ関数で、境界層の外側では流れに変化はない。図５は、１波長で平均した水平流速で、上側境界で定常流速を零と与えた場合である。太い実線は数値解、細い実線はLonguet-Higgins (1) の解析解である。時間と共に非線形性の効果により境界層内で定常流が発達していることが分かる。図６は、上側境界で、定常流としてLonguet-Higginsの解の境界層外縁流速を与えたものである。図７は、図６と同じ条件での２周期目である。２周期目ではほぼ解析解と一致するが、解析解は２次近似であるのに対し、数値解はフルに非線形であるためわずかの差が残って

いる。又、数値解にはわずかなゆらぎが残っており、物理的な不安定性によるものかは検討を要する。

４．あとがき

今後の課題としては、(1)自由水面まで含んだ波動場全体の解析方法を見つけること。(2)上側境界条件として定常流速を与えたが、それ自身も数値解として求め、Longuet-Higginsの解の妥当性を調べること。(3)何らかの方法で境界層内の渦粘性係数やレイノルズ応力のモデル化を行い数値解法に取り入れること等である。

＜参考文献＞

(1) M.S.Longuet-Higgins (1958): The mechanics of the boundary-layer near the bottom in a progressive wave, Proc.of 6th I.C.C.E, p184-193

(2) P.J.Roache (1972): Computational Fluid Dynamics, Hermosa

図１　渦度の線形解

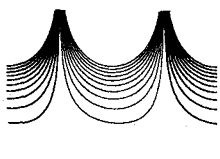

図２　流れ関数の線形解

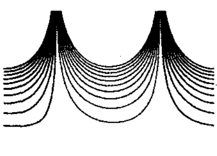

図４　１周期後の流れ関数

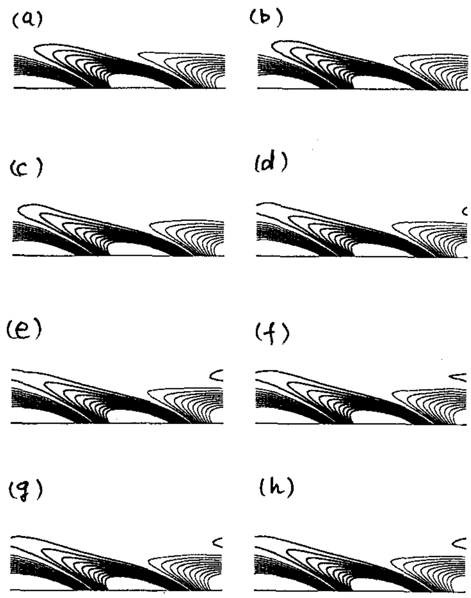

図３　渦度の時間経過

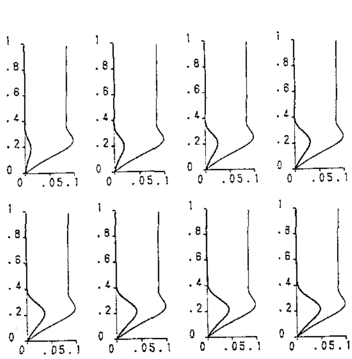

図５　平均水平流速

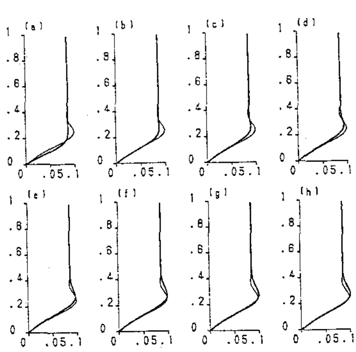

図６　平均水平流速（１周期目）

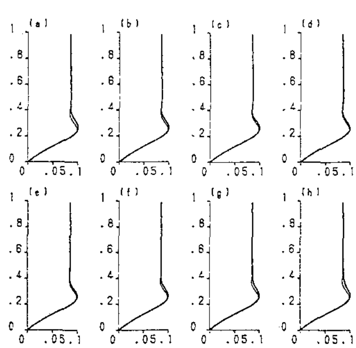

図７　平均水平流速（２周期目）