II-332 予測制御法を用いた洪水制御解析

中央大学　学生員　島田芳朗
中央大学　正　員　川原睦人

1. はじめに

洪水時のダムの水門の制御には、様々な考え方がある。例えば、最適制御理論を導入することによって、ダムの水門から最適な放流量を決定する手法が検討されている。しかし、この考え方は、最適な結果を得るが全洪水時間の流量が既知であるものと仮定しているため実用的ではない。そこで、本報での予測制御では、事前に得られる洪水流量の情報から、状態量を予測し制御を行う手法を提案する。本手法の予測制御では、基礎方程式に線形の浅水長波方程式、離散化手法に二段階陽解法を用いる。数値解析例では、矩形水路をモデルとして、二領域二水門での洪水制御を行う。

2. 有限要素方程式

洪水時の流体の挙動を表す方程式として、浅水長波方程式を用いる。

$$\dot{q}_i + g\,h\,\zeta_{,i} = 0 \tag{1}$$

$$\dot{\zeta} + q_{i,i} = 0 \tag{2}$$

基礎方程式について、有限要素法による空間方向の離散化を行う。通常のガレルキン法に従って、重み付き残差方程式の誘導を行い、三角形一次要素を用いて離散化を行えば、以下のような有限要素方程式が得られる。

$$[M]\{\dot{x}\} + [H]\{x\} + [A]\{u\} + [B]\{f\} = 0 \tag{3}$$

式（３）について解けば、状態方程式は以下のようになる。

$$\{\dot{x}\} = -[M]^{-1}([H]\{x\} + [A]\{u\} + [B]\{f\}) \tag{4}$$

ここに，状態量：$\{x\}^T = \{q_x \quad q_y \quad \zeta\}^T$,
操作量：$\{u\}$，外力項：$\{f\}$

ここで、{ } はベクトルを、[ ] はマトリックスを表す。時間方向の離散化としては、二段階陽解法を用いて逐次時間毎に流量及び水位変動量を求める。

3. 予測制御

本手法は、数ステップ先の時間までの流入量の情報が得られている場合、その情報を用いる事によって、変化するダム内部の水位の時間的な変化を数値的に予測し、水位をなるべく変化をさせないように放流量を求めようとするものである。評価関数は予測時間Ｎステップまでの水位変動量の二乗和と、操作量の二乗和の項より成り立っている。これを状態ベクトルを用いて示すと、次式のように表すことができる。

$$J_n = \sum_{i=1}^{N}(\{\tilde{x}_{n+i}\}^T[Q]\{\tilde{x}_{n+i}\} + \{u_{n+i-1}\}^T[R]\{u_{n+i-1}\}) \tag{5}$$

ここに、$[R]$,$[Q]$ は、制御ベクトル $\{u\}$ と状態ベクトル $\{x\}$ に対する重み係数行列であり、$\{\tilde{x}_{n+i}\}$ は予測される状態ベクトルを意味する。
制御解析では、評価関数 J_n を最小にするような、制御ベクトル $\{u_n\}$ を求めるため、必要条件として、次式のような停留条件を用いる。

$$\frac{\partial J_n}{\partial\{u_n\}} = 0, \cdots, \frac{\partial J_n}{\partial\{u_{n+N-1}\}} = 0 \tag{6}$$

さて、評価関数 J_n は、Ｎステップ先まで式を立てているため、それ以降の時間の物理量に対しては、何らかの方法で予測しなければならない。本手法では、以下の式によってＮステップ先までの予測を行う。ただし、$i = 1$ の場合、下式右辺第１項の状態ベクトルは n ステップでの既知量 $\{x_n\}$ が用いられる。

$$\{\tilde{x}_{n+i}\} = [C]\{x_{n+i-1}\} + [D]\{u_{n+i-1}\} + [E]\{f_{n+i-1}\} \tag{7}$$

ここで、各々のマトリックスは次のようになる。

$$[C] = [\bar{M}]^{-1}([\tilde{M}] - \Delta t[H]) \tag{8}$$

$$[D] = -\Delta t[\bar{M}]^{-1}[A] \tag{9}$$

$$[E] = -\Delta t[\bar{M}]^{-1}[B] \tag{10}$$

ここで、$\bar{M}, \tilde{M}$ は、それぞれ集中化マトリックス、混合マトリックスを表す。

評価関数の式（５）に予測の式（７）を代入して停留条件式（６）より制御ベクトル $\{u_n\}$ について解くと下式のようになる。

$$\{u_n\} = [F]\{x_n\} + [G]\{f_n \cdots f_{n+N-1}\}^T \tag{11}$$

従って、本手法における制御解析では、式（１１）によりその時間で既知である状態ベクトル $\{x_n\}$ と

外力ベクトル $\{f_n\} \sim \{f_{n+N-1}\}$ により放流量 $\{u_n\}$ を求めて、それを境界条件として制御を行う。

4. 数値解析例

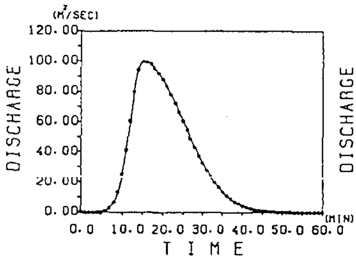
数値解析例として図－1のような解析モデル図を用い、領域 A,B 共に全長 4km, 水路幅 200m, 水深 60m とする。領域 A の上流側 境界 S_fで図－2 (a) のような全洪水時間を 1 時間として流入条件をあたえ、領域 A の下流側 境界 S_{Au}と領域 B の下流側 境界 S_{Bu}の二つの水門で、洪水の制御を行う。微小時間増分Δt=0.6 秒、ランピングパラメーター $e = 0.9$, 予測制御を行う際、予測時間を 300STEP (180 秒) として計算を行った。図－2 (b),(c) は、計算された放流量を示し、図－2 (d),(e) は、各々の領域の中流での、水位の時間的変化を示している。ここで、点線は、制御を行わない場合を表し、実線は、予測制御を行う場合を示す。制御を行わない場合と制御を行う場合の中流部の地点を比較すると水位上昇の抑制に効果があった事がわかる。

5. おわりに

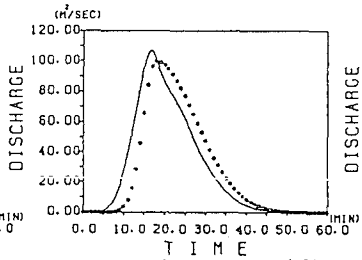
本報では、予測制御法を用いてダム放流量をオンラインに制御し、水系全体の水位変動量を抑えようとしたものである。今回は、非常に簡単なモデルの解析だけにとどまったが、より現実にそくした問題にも適用できるように検討していきたい。

参考文献

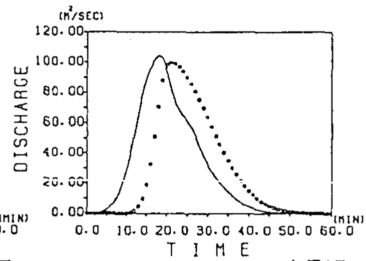
1. 梅津, 川原, "水理モデルを考慮したダム放流量の最適制御", 第 45 回土木学会年次講演会第 II 部門
2. 島田, 梅津, 川原, "ダム放流量の予測制御解析", 第 46 回土木学会年次講演会第 II 部門
3. 田中, 川崎, 梅津, 川原, "有限要素法と最適制御理論を用いたダム放流量の最適制御", 第 3 回数値流体力学シンポジウム
4. 梅津, 川原, "プレディクティブ制御法を用いた洪水制御解析", 第 4 回計算力学シンポジウム
5. 島田, 梅津, 川原, "ダム放流量の予測制御解析の基礎的研究", 第 5 回計算力学シンポジウム
6. Y.Sakawa and H.Shindo: "On Global Convergence of an Algorithm for Optimal Control" IEEE, AC-25, pp.1149-1153, 1980



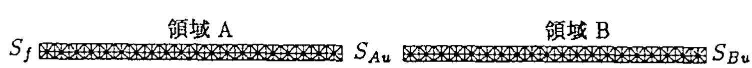
図－2 (a) 流入量図



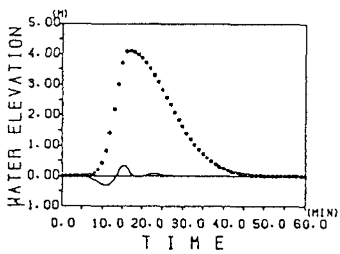
図－2 (b) 領域 A の放流量図



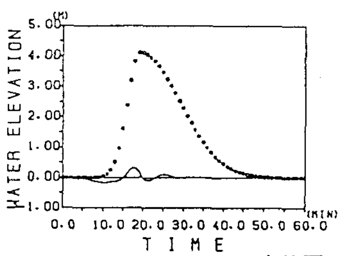
図－2 (c) 領域 B の放流量図



図－1　解析モデル図



図－2 (d) 領域 A の水位図



図－2 (e) 領域 B の水位図