

## Krigingによる確率雨量の地域総合化

岐阜大学大学院 学生員 岡 明夫  
岐阜大学工学部 正会員 宝 鑑

**1 目的** 地域総合化手法とは、気象学・水文学的な観点から一様な性質をもつとみなしえる地域について、その地域内の豪雨・洪水の極値データの確率的特性を総合化し、同じ地域内での観測データのない(比較的少ない)地点についてもその確率特性が利用できるようにする手法である。ここではKriging法<sup>1)2)</sup>を適用し、水工計画上重要な基本量である確率雨量の空間分布の推定を行いその推定精度を検討した。また降雨に対する地形効果の考慮の方法をいくつか試みている。

**2 方法** 本研究では、観測地点において推定された確率雨量を基に、観測されていない地点の確率雨量を最も基本的な定常確率場におけるKriging法と、非定常確率場における方法の一つであるUniversal Kriging法によって求めた。ここでは定常確率場でのKriging法についての詳細は省略する<sup>3)</sup>。

**2.1 Universal Kriging法** 二次元空間での確率雨量の分布を考える。地点  $P$  ( $P$ :位置ベクトル)における確率雨量を状態変数  $Z(P)$  とおく。 $Z(P)$  の平均値は空間的に変動し、確率雨量の分布は、drift(ドリフト)をもつ非定常確率場(nonstationary field)とみなす。ここでは、 $Z(P)$  は式(1)のように、drift  $m(P)$  と残差  $R(P)$  から成っており、 $m(P)$  は小領域では式(2)のような多項式曲面で表現できるものとする。

$$Z(P) = m(P) + R(P) \quad (1), \quad E[Z(P)] = m(P) = \sum_{l=1}^k a_l f^l(P) \quad (2)$$

ここに、 $f^l(P)$ :多項式、 $a_l$ : $f^l(P)$  の係数、 $k$ :drift 項数である。距離が  $d_{ij}$  離れた2地点  $P_i$ 、 $P_j$  において、次式のような  $Z(P)$  に関する統計量が定義できるものとする。

$$\text{Var}[Z(P_i) - Z(P_j)] = E[(R(P_i) - R(P_j))^2] = 2\gamma(d_{ij}) \quad , \quad d_{ij} = |P_i - P_j| \quad (3)$$

関数  $\gamma(d)$  は  $Z(P)$  の統計的な空間分布構造を表す variogram である。この variogram を媒介として  $n$  地点の観測値をもとに観測されていない地点の状態推定を行う手法が Universal Kriging 法である。Universal Kriging 法は観測値を確率場における実現値と考え、状態変数  $Z(P)$  の推定値  $\hat{Z}(P)$  を

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)] \rightarrow \min \quad , \quad \hat{Z}(P) = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \quad , \quad E[\hat{Z}(P) - Z(P)] = 0 \quad (4)$$

の3式を満たす最良線形不偏推定値として求めるものであり、Kriging 方程式は次式のように導かれる。

$$\sum_{j=1}^n W_j \gamma(d_{ij}) + \sum_{l=1}^k \mu_l f^l(P_i) = \gamma(d_i) \quad (5) \quad , \quad \sum_{i=1}^n W_i f^l(P_i) = f^l(P) \quad (6)$$

ここに、 $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $d_{ij} = |P_i - P_j|$ ,  $d_i = |P - P_i|$ ,  $\mu_l$ :Lagrange の未定定数である。上式を連立して解くことにより、任意の推定地点  $P$  での重み係数  $W_i$  と  $\mu_l$  が得られ  $Z(P)$  の最適推定値、すなわち  $\hat{Z}(P)$  が求められる。 $\hat{Z}(P)$  の推定誤差である Kriging 分散は次式となる。

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)]_{\min} = \sum_{i=1}^n W_i \gamma(d_i) + \sum_{l=1}^k \mu_l f^l(P) \quad (7)$$

上記の方法により確率雨量の空間分布  $\hat{Z}(P)$  とこの誤差が推定できることになる。

**2.2 Variogram モデルの同定方法** variogram モデルとして Gaussian, exponential, spherical モデルを用いる。Kriging 法の推定精度をあげるには、まず、variogram の精度が問題となる。精度の向上の方法として、

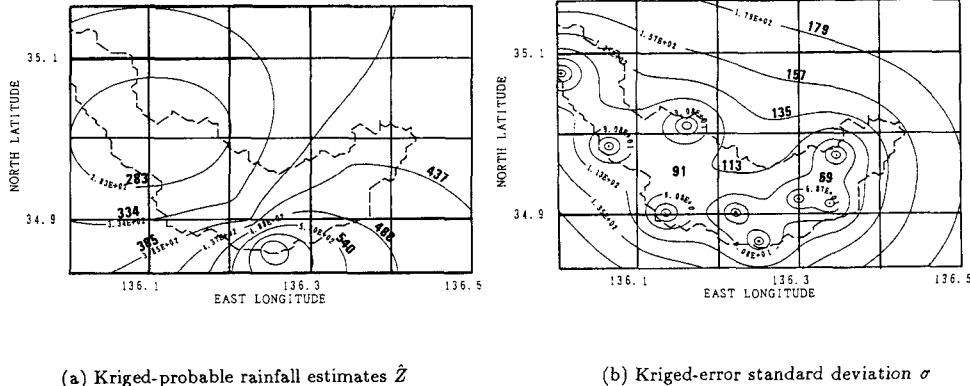
1.  $n$  個の観測地点のデータを用いて経験的 variogram を求める。
2. 非線形最小二乗法により経験的 variogram に variogram モデルをあてはめ、モデルパラメタを定める。
3.  $n$  個の観測地点からある一つの地点( $i$ 番目の地点,  $i = 1, \dots, n$ )を取り除く。
4. 取り除いた地点以外の( $n-1$ )個のすべての地点のデータを用いて取り除いた地点の雨量  $Z_i$  を推定する。こうして得た第  $i$  地点の雨量推定値を  $\hat{Z}_i$  とする。
5. Kriging による推定誤差  $Z_i - \hat{Z}_i$  と標準偏差  $\sigma_z$  を算出する。
6. 上記の方法をすべての地点について繰り返し計算し、次式の値を求める。

$$\text{KAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i) \quad (8) \quad , \quad \text{KRMSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{Z_i - \hat{Z}_i}{\sigma_z} \right)^2 \quad (9)$$

7.  $\text{KAE} \approx 0$ 、 $\text{KRMSE} \approx 1$  が満たされなければ、モデルパラメタを調整して、3. 以降の処理を行う。

Table 1: Summary of kriging results (The estimate at Minakuchi is 316.6[mm]).

Case	Models	$a$	$\omega$	KAE	KRMSE	Estimate $\hat{Z}$ [mm]	Residual $\delta Z$ [mm]	$\sigma$ [mm]
Case1	exponential	14.9	33200	0.001	0.998	274.9	47.7	107.5
Case2	Gaussian	1.2	14000	0.000	1.000	331.7	-15.1	124.7
Case3	Gaussian	4.2	17200	13.480	0.998	336.3	-19.7	129.3
Case4	Gaussian	4.6	19750	19.896	1.002	290.9	25.7	134.3
Case5	exponential	7.2	20000	0.005	1.003	264.3	52.3	122.9

Fig. 1: Contour maps of kriged estimates  $\hat{Z}$  and standard deviation  $\sigma$  for Case1

**2.3 地形効果の考慮** Dingman ら<sup>4)</sup>の研究により降雨は標高が高いほど強くなることが考えられるので、説明変数を標高とした重みつき回帰分析(WLS法)の結果を用いて、そうした地形効果を考慮する。

地形効果を導入することによる精度の向上を、Case 1(定常確率場でKrigingを行う)、Case 2(地形効果を除いたのち、定常確率場のKrigingを行う)、Case 3(非定常確率場でUniversal Krigingを行う)、Case 4(非定常確率場で地形効果を除いたのち、Universal Krigingを行う)、Case 5(非定常確率場で標高をdriftとして地形効果を導入したUniversal Krigingを行う)、この5ケースで検討する。

実際の作業としては、雨量データからWLS法の結果  $Y = 171.14 + 0.996X$  ( $X$ :標高  $Y$ :雨量) に従って、地形効果を除いたデータをつくり、そのデータを用いてKrigingを行い、得られた結果に先ほど除いた地形効果を加え、最終結果とする。また非定常でのdriftは説明変数を北緯としたWLS法の結果を用いる。

**3 結果及び考察** 研究対象を野洲川流域とした。適用結果をTable 1に示す。Table 1での推定値及びKriging偏差は観測地点10地点のうち、水口を検定用の地点として予め取り除いて解析したものである。定常では地形効果を考慮すると全体に分散値が下がるが、観測地点近くでKriging偏差が極端に増加する。また非定常では地形効果を考慮すると考慮しない場合と比べてKAEの値が大きくなる。原因として北緯による回帰結果で地形効果を差し引いたうえに、さらに、標高によって地形効果を考慮したことが挙げられる。driftを標高とした場合はKAEの問題は解決したが、標高の高いところではKriging偏差がかなり大きいものとなった。地形効果を考慮する場合、標高400m以上の地域では雨量推定値及びKriging偏差がかなり大きな値となった。野洲川流域全体としてみるとCase 1の結果が良好である(Fig. 1)。Fig. 1の(a),(b)はそれぞれ雨量等高線図及びKriging偏差の等高線図である。

**参考文献**

- 1) Delhomme, J.P. : *Advances in Water Resources*, Vol. 1, No. 5, pp. 251-266, 1978.
- 2) 原田守博:名古屋大学学位論文 pp.95-133, 1989.
- 3) 岡明夫・宝 馨:土木学会第46回年次学術講演概要集、第2部／II-64
- 4) Lawrence Dingman, S., et al. : *Water Resources Bulletin*, VOL. 24, NO. 2, pp. 329-339, 1987.