

II-311

Kriging による 確率雨量の地域総合化

岐阜大学大学院 学生員 岡 明夫
岐阜大学工学部 正会員 宝 馨

1 **目的** 地域総合化手法とは、気象学・水文学的な観点から一様な性質をもつとみなし得る地域について、その地域内の豪雨・洪水の極値データの確率的特性を総合化し、同じ地域内での観測データの少ない(比較的少ない)地点についてもその確率特性が利用できるようにする手法である。ここではKriging法¹⁾²⁾を適用し、水工計画上重要な基本量である確率雨量の空間分布の推定を行いその推定精度を検討した。また降雨に対する地形効果の考慮の方法をいくつか試みている。

2 **方法** 本研究では、観測地点において推定された確率雨量を基に、観測されていない地点の確率雨量を最も基本的な定常確率場におけるKriging法と、非定常確率場における方法の一つであるUniversal Kriging法によって求めた。ここでは定常確率場でのKriging法についての詳細は省略する³⁾。

2.1 **Universal Kriging 法** 二次元空間での確率雨量の分布を考える。地点 P (P : 位置ベクトル) における確率雨量を状態変数 $Z(P)$ とおく。 $Z(P)$ の平均値は空間的に変動し、確率雨量の分布は、drift(ドリフト)をもつ非定常確率場(nonstationary field)とみなす。ここでは、 $Z(P)$ は式(1)のように、drift $m(P)$ と残差 $R(P)$ から成っており、 $m(P)$ は小領域では式(2)のような多項式曲面で表現できるものとする。

$$Z(P) = m(P) + R(P) \quad (1) \quad , \quad E[Z(P)] = m(P) = \sum_{i=1}^k a_i f^i(P) \quad (2)$$

ここに、 $f^i(P)$: 多項式、 a_i : $f^i(P)$ の係数、 k : drift 項数である。距離が d_{ij} 離れた2地点 P_i, P_j において、次式のような $Z(P)$ に関する統計量が定義できるものとする。

$$\text{Var}[Z(P_i) - Z(P_j)] = E\{[R(P_i) - R(P_j)]^2\} = 2\gamma(d_{ij}) \quad , \quad d_{ij} = |P_i - P_j| \quad (3)$$

関数 $\gamma(d)$ は $Z(P)$ の統計的な空間分布構造を表す variogram である。この variogram を媒介として n 地点の観測値をもとに観測されていない地点の状態推定を行う手法が Universal Kriging 法である。Universal Kriging 法は観測値を確率場における実現値と考え、状態変数 $Z(P)$ の推定値 $\hat{Z}(P)$ を

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)] \rightarrow \min \quad , \quad \hat{Z}(P) = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \quad , \quad E[\hat{Z}(P) - Z(P)] = 0 \quad (4)$$

の3式を満たす最良線形不偏推定値として求めるものであり、Kriging 方程式は次式のように導かれる。

$$\sum_{j=1}^n W_j \gamma(d_{ij}) + \sum_{i=1}^k \mu_i f^i(P_i) = \gamma(d_i) \quad (5) \quad , \quad \sum_{i=1}^n W_i f^i(P_i) = f^i(P) \quad (6)$$

ここに、 $i = 1, 2, \dots, n$, $d_{ij} = |P_i - P_j|$, $d_i = |P - P_i|$, μ_i : Lagrange の未定定数である。上式を連立して解くことにより、任意の推定地点 P での重み係数 W_i と μ_i が得られ $Z(P)$ の最適推定値、すなわち $\hat{Z}(P)$ が求められる。 $\hat{Z}(P)$ の推定誤差である Kriging 分散は次式となる。

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)]_{\min} = \sum_{i=1}^n W_i \gamma(d_i) + \sum_{i=1}^k \mu_i f^i(P) \quad (7)$$

上記の方法により確率雨量の空間分布 $\hat{Z}(P)$ とこの誤差が推定できることになる。

2.2 **Variogram モデルの同定方法** variogram モデルとして Gaussian, exponential, spherical モデルを用いる。Kriging 法の推定精度をあげるには、まず、variogram の精度が問題となる。精度の向上の方法として、

1. n 個の観測地点のデータを用いて経験的 variogram を求める。
2. 非線形最小二乗法により経験的 variogram に variogram モデルをあてはめ、モデルパラメタを定める。
3. n 個の観測地点からある一つの地点 (i 番目の地点, $i = 1, \dots, n$) を取り除く。
4. 取り除いた地点以外の ($n-1$) 個のすべての地点のデータを用いて取り除いた地点の雨量 Z_i を推定する。こうして得た第 i 地点の雨量推定値を $\hat{Z}_i$ とする。
5. Kriging による推定誤差 $Z_i - \hat{Z}_i$ と標準偏差 σ_i を算出する。
6. 上記の方法をすべての地点について繰り返し計算し、次式の値を求める。

$$\text{KAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i) \quad (8) \quad , \quad \text{KRMSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{Z_i - \hat{Z}_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (9)$$

7. $\text{KAE} \approx 0$ 、 $\text{KRMSE} \approx 1$ が満たされなければ、モデルパラメタを調整して、3.以降の処理を行う。

Table 1: Summary of kriging results (The estimate at Minakuchi is 316.6[mm]).

Case	Models	α	ω	KAE	KRMSE	Estimate $\hat{Z}$ [mm]	Residual δZ [mm]	σ [mm]
Case1	exponential	14.9	33200	0.001	0.998	274.9	47.7	107.5
Case2	Gaussian	1.2	14000	0.000	1.000	331.7	-15.1	124.7
Case3	Gaussian	4.2	17200	13.480	0.998	336.3	-19.7	129.3
Case4	Gaussian	4.6	19750	19.896	1.002	290.9	25.7	134.3
Case5	exponential	7.2	20000	0.005	1.003	264.3	52.3	122.9

