

II-292

k-ε 乱流モデルによる開水路流れの三次元数値解析法

愛知県 〇正 員 田中 康雄
信大工 正 員 富所 五郎

1. はじめに

本研究は、空間変数の形状関数に水平方向の三角形一次要素と鉛直方向の余弦関数の積である関数を用いる Galerkin 有限要素法を、k-ε 乱流モデルの流れの基礎式に適用する三次元数値解析法を提案するものである。その妥当性を、粗面对数則に従う流れと直立性の植生を有する開水路流れ¹⁾に適用して検討する。

2. 流れの基礎式とその離散化

k-ε 乱流モデルの直立性植生を有する流れの基礎式は以下である。²⁾

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u \cdot dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v \cdot dz = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + L \cdot u + w(z) \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = g \cdot I_x - g \frac{\partial \xi}{\partial x} - F_x + D \cdot u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + L \cdot v + w(z) \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = g \cdot I_y - g \frac{\partial \xi}{\partial y} - F_y + D \cdot v \quad (3)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + L \cdot k + w(z) \cdot \frac{\partial k}{\partial z} = E \cdot k + A_0 \cdot H - \varepsilon - C_{fk} F_0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + L \cdot \varepsilon + w(z) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = E \cdot \varepsilon + C_{1\varepsilon} C_{\mu} k \cdot H - A + \frac{\varepsilon}{k} C_{1\varepsilon} C_{f\varepsilon} F_0 \quad (5)$$

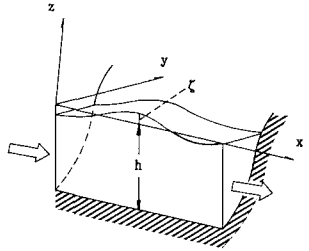


図-1 座標の定義

$$\text{ただし, } w(z) = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u \cdot dz - \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v \cdot dz, \quad A_0 = C_{\mu} \cdot \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad A = C_2 \cdot \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$L = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}, \quad F_x = \frac{1}{2} C_D \lambda u \sqrt{u^2 + v^2}, \quad F_y = \frac{1}{2} C_D \lambda v \sqrt{u^2 + v^2}, \quad F_0 = F_x u + F_y v$$

$$H = \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2, \quad D = \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_0 \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

ここに、 ξ は水面上昇量、 u, v, w は x, y, z 軸方向の流速成分、 g は重力加速度、 A_h, A_0 は水平、鉛直渦動粘性係数、 I_x, I_y はそれぞれ x, y 方向の平均勾配で、 E は D の A_0 を A_0/σ に代えた式である。また F_x などは植生の抵抗による項で、 λ は植生の密生度、 C_D は植生の抵抗係数である。さらに、 k, ε 方程式中の係数については標準値を用いる。座標軸については、図-1に示す。

上の基礎式を空間変数に対して離散化を行うために、次のような近似関数を考える。

$$\left. \begin{aligned} u &= N_i \cos B_p(z - \xi) u_{pi} \\ \xi &= N_i \xi_i \end{aligned} \right\} B_p = \frac{p-1}{\xi + h} \pi \quad \begin{aligned} &(p=1, 2, \dots, m) \\ &(i=i, j, k) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $N_i = N_i(x, y)$ は三角形一次要素の形状関数、 m は展開項数である。また、 v, k, ε, A_0 など z 方向に変化する物理量についても u と同様の近似を行う。また、時間変数については、陽的時間積分法の一種である two-step Lax-Wendroff法を用いて離散化を行う。

3. 解析結果及び考察

流速分布が粗面对数則に従う流れの解析モデルは水深0.1m、勾配 0.001の長方形断面開水路である。植生による項を省略し、初期値として u は粗面对数則、 k, ε は半理論式による値を与える。 A_h は一定値 (0.12 m²/s) とし、 A_0 は $f = -z/h + 0.5$ (0.0 ≤ $-z/h$ ≤ 0.5) を掛けて水面で減衰させ、展開項数は 11とし、解析水深は 0.095mとした。結果を図-2~5に示す。図-3 では値の変化が激しいためギブス現象が生じ、計算値が少し波打っているが、図-2では変化が小さいため、先の現象の影響は目立たない。図-4では A_0 が k, ε から計算されることからギブス現象の影響が激しく見れる。図-5 の流速では、 $-z/h = 0.95$ の値だけが大きめになっているものの、全体として良く一致している。

次に、辻本らが実験を行った直立性の植生を有する開水路流れ¹⁾に、本解析モデルを適用する。実験は、水深 9.5cm、平均流速13.25cm/s、植生モデルは高さ 4.6cm、直径を 0.15cmの竹製円柱を 2cm間隔で正方配

置したものである。図-6, 7に、 C_D を 1.46、 C_{fk} , C_{fe} を辻本らのそれぞれ 0.10, 0.16 に対して 0.08, 0.19、これ以外の係数は標準値としたときの数値解析結果を示す。図-6では図-4のギップス現象の影響が見られないが、これは k, ε の値の変化が粗面对数則に従う流れに対して小さいためである。図-7では、数値解析結果はほぼ実験値に一致している。

以上の結果より、本解析モデルは妥当なものであり、今後は一般の河川等に適用することが必要である。

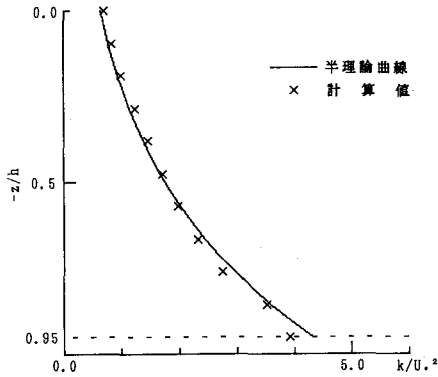


図-2 乱れエネルギーの分布

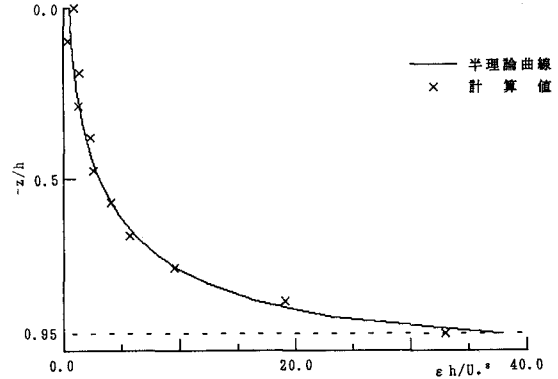


図-3 乱れ散逸率の分布

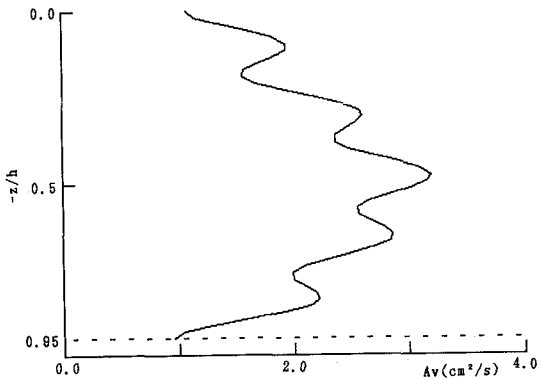


図-4 鉛直渦動粘性係数の分布

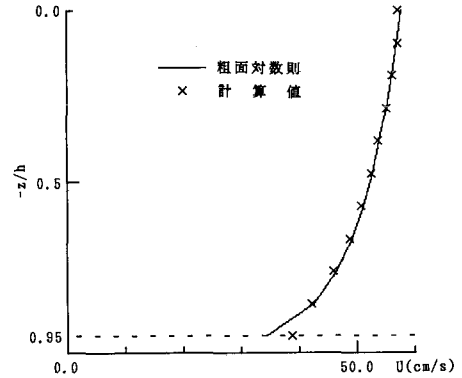


図-5 流速分布

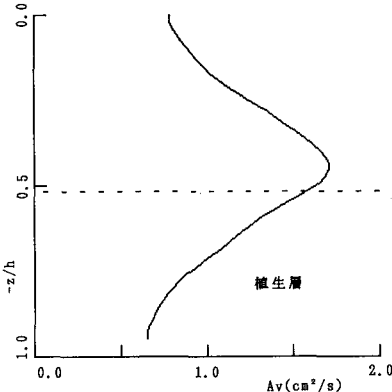


図-6 鉛直渦動粘性係数の分布

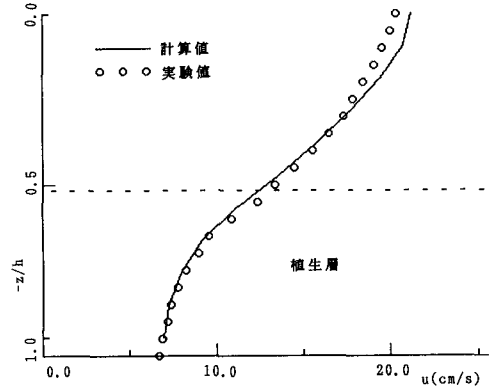


図-7 流速分布

【参考文献】1) 辻本, 北村: 直立型植生を有する開水路流れ, 中部支部研究発表会, pp. 142-143, 1990. 2) 辻本, 北村, 岡田: 直立性植生上の流れの特性と $k-\varepsilon$ 乱流モデルの適用, 中部支部研究発表会, pp. 196-197, 1991.