

II-273

多層有限要素法による東京湾潮流解析

佐藤工業 正 員 児玉敏雄
 佐藤工業 正 員 金子典由
 中央大学 正 員 川原睦人

1. はじめに 潮流現象の予測の一手段として、有限要素法による数値解析がある。川原ら¹⁾は、鉛直方向を複数の層に分割して、各層は2次元の浅水長波方程式でモデル化し、連続の条件から鉛直方向流速を求める方法を提案している。この方法は、純粋な3次元解析に比べて計算時間、計算機容量の点で非常に有利である。また、著者らは、閉鎖性の湾に対する開境界条件として無反射性の入射境界条件が必要であることを示した²⁾。ここでは、開境界条件を考慮した多層有限要素法を東京湾の潮流解析に適用し、その結果を観測値と比較した。

2. 支配方程式 海面から海底面までの間を図-1に示すように多層モデルで分割する。ここで、ある任意の層 k において $L^{(k)}$ を平均水面から計った層の下面までの距離とすると、当該層における平均流速は次式で表すことができる。

$$u_i^{(k)} = \frac{1}{h^{(k)}} \int_{L^{(k-1)}}^{L^{(k)}} u_i dz, \quad h^{(k)} = L^{(k)} - L^{(k-1)} \quad (1), (2)$$

各層において密度 ρ を定数と仮定し、圧力は静水圧分布に従うと仮定すれば、各層の圧力は次式で表すことができる。

$$p^{(k)} = \rho^{(1)} g \eta - \sum_{m=1}^{k-1} \rho^{(m)} g h^{(m)} - \rho^{(k)} g \left(z - \sum_{m=1}^{k-1} h^{(m)} \right) \quad (3)$$

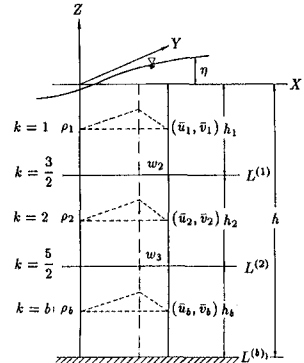


図-1 多層解析モデル

ここで、 η は水表面の水位上昇量を表し、 $\rho^{(k)}$ は第 k 層の密度であり、圧力 $p^{(k)}$ は層内で線的な変化を示す。Navier-Stokes 方程式を層毎に $L^{(k-1)}$ から $L^{(k)}$ まで積分すると運動方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial t} + u_j^{(k)} u_{i,j}^{(k)} + \frac{1}{\rho^{(k)}} p_{,i}^{(k)} + \frac{1}{h^{(k)}} \{ (u_i w)^{(k-1/2)} - (u_i w)^{(k+1/2)} \} - f_{\epsilon ij} u_j^{(k)} \\ = \frac{1}{(\rho^{(k)} h^{(k)})} \{ h^{(k)} (\tau_{ij,j}^{(k)} + (\tau_i^{(k)})^u - \tau_i^{(k)\ell}) \} \end{aligned} \quad (4)$$

連続方程式を底面から水表面まで積分し、自由表面での条件を用いると水位に関する式を求めることができ、中間層における鉛直方向流速は次式で求めることができる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{\ell=1}^b (h^{(\ell)} u_i^{(\ell)})_{,i} = 0, \quad w^{(k)} = - \sum_{\ell=k}^b (h^{(\ell)} u_i^{(\ell)})_{,i} \quad (5), (6)$$

境界条件は、流速に関しては第 k 層の陸岸境界で既知量が与えられ、開境界においては、無反射性の開境界条件の処理方法²⁾を課すこととする。

3. 数値計算例 東京湾の潮流解析を実施した。有限要素分割を図-2に示す。図中には、水位の観測点が表示されている。流れ場は、水深方向に5層でモデル化され（図-3参照）、表層は総節点数685、総要素数1216の有限要素で構成されている。物理定数として、海底摩擦係数 $f_b=0.0023$ 、内部境界面の摩擦係数 $f_m=0.001$ 、渦動粘性係数 $A_t=10.0m^2/s$ を用いる。各層の密度は、上層より、 $\rho=1.01, 1.015, 1.020, 1.025, 1.30 \times 10^3/m^3$ を仮定する。潮汐の条件は、表-1に示す通りである。ここで、潮汐の入射波は、文献3)による非線形最小二乗法を用いて同定した。図-4に主要4分潮の場合の潮位を観測結果⁴⁾と比較した。計算結果と観測結果は、良好な一致を示している。

4. おわりに 無反射性の開境界条件の処理方法を用いた多層有限要素法により、東京湾潮流解析を実施した。観測結果との比較より、本手法の適用性を確認した。

参考文献

1. Kawahara, M., M. Kobayashi and K. Nakata: "Multiple Level Finite Element Analysis and Its Applications to Tidal Current Flow in Tokyo Bay", Appl. Math. Modelling, 7, pp.197-211, 1983.
2. 児玉敏雄, 川原睦人: "二層流れ場における潮流解析の開境界条件処理, 第46回年次学術講演会概要集II, 土木学会, pp.446-447, 1991.
3. Kodama, T., T. Kawasaki and M. Kawahara: "A Finite Element Method for Shallow Water Equation Including Open Boundary Condition, Int. J. Numer. Meth. Fluids., Vol.13, pp.939-953, 1991.
4. 海上保安庁: 調和定数表, 1983.

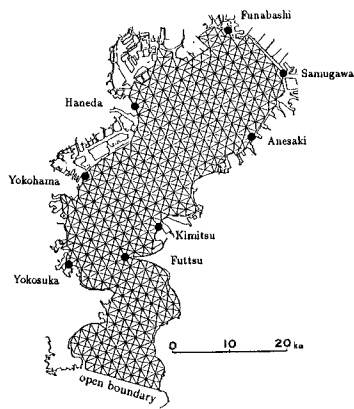


図-2 東京湾の要素分割図

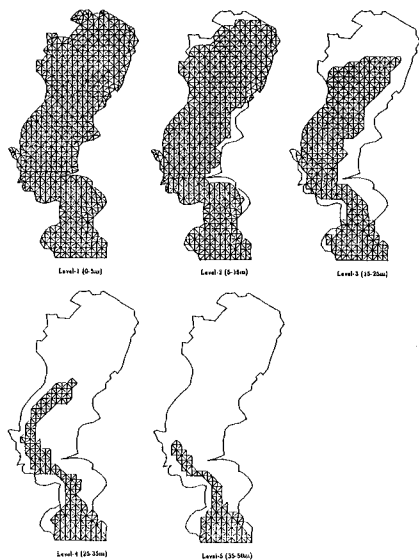
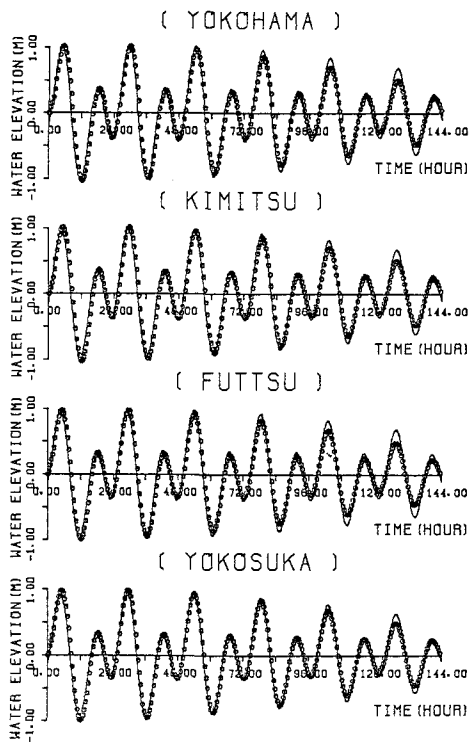


図-3 水深のモデル化

表-1 主要4分潮の諸元

Constituents	Amplitude (m)	Period(hour)	Phase delay(rad)
M_2	$a_1^I=0.21$	$T_1=12.42$	$\kappa_1=-5.8398$
S_2	$a_2^I=0.15$	$T_2=12.00$	$\kappa_2=-5.6018$
K_1	$a_3^I=0.14$	$T_3=23.93$	$\kappa_3=-1.3290$
O_1	$a_4^I=0.10$	$T_4=25.82$	$\kappa_4=-1.3211$



(o) : Present method, (—) : Observed data

図-4 水位上昇量の比較