II-200　河川感潮部における物質の移流の数値計算

東京大学大学院　学生会員　柿沼　太郎
早稲田大学理工学部　正会員　鮭川　登
早稲田大学大学院　秋元　賢吾

１．はじめに　河川感潮部の流れでは、支川から流入した汚濁物質が比較的長期間停滞するため、水質問題が生じることが多い。そうした物質の輸送並びに混合現象を把握するための基礎的研究として、河川感潮部に流入する保存性物質の移流に伴なう濃度変化を Holly-Preissmann の方法により求め、物質の動きを追跡する方法により求めた値と比較した結果について述べる。

２．移流の数値計算法　今回は、拡散を考慮せず移流のみを扱う。すなわち、式(1)が解くべき純移流方程式である。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} = 0 \qquad (1)$$

ここで、Ｃ及びｕは、それぞれ、濃度及び流速である。

式(1)を特性曲線法である Holly-Preissmann の方法[1]によって解き、濃度Ｃの数値解を流れが順流，逆流である場合のそれぞれに対して式(2)，(3)より求める。

$$\Delta t = t_{n+1} - t_n,\ \Delta x = x_i - x_{i-1}$$

$$\bar{u}_i^n = (u_{i-1}^n + u_i^n + u_{i-1}^{n+1} + u_i^{n+1})/4$$

$$\alpha = |\bar{u}_i^n| \cdot \Delta t/\Delta x < 1$$

(1) 順流（$\bar{u}_i^n > 0$）

$$\left.\begin{aligned}
&C_i^{n+1} = a_1 C_{i-1}^n + a_2 C_i^n + a_3 CX_{i-1}^n + a_4 CX_i^n\\
&CX_i^{n+1} = b_1 C_{i-1}^n + b_2 C_i^n + b_3 CX_{i-1}^n + b_4 CX_i^n\\
&a_1 = \alpha^2(3-2\alpha),\ a_2 = 1-a_1,\ a_3 = \alpha^2(1-\alpha)\cdot\Delta x,\ a_4 = -\alpha(1-\alpha)^2\cdot\Delta x\\
&b_1 = -6\alpha(1-\alpha)/\Delta x,\ b_2 = -b_1,\ b_3 = \alpha(3\alpha-2),\ b_4 = (1-\alpha)(1-3\alpha)
\end{aligned}\right\}(2)$$

(2) 逆流（$\bar{u}_i^n < 0$）

$$\left.\begin{aligned}
&C_{i-1}^{n+1} = a'_1 C_i^n + a'_2 C_{i-1}^n + a'_3 CX_i^n + a'_4 CX_{i-1}^n\\
&CX_{i-1}^{n+1} = b'_1 C_i^n + b'_2 C_{i-1}^n + b'_3 CX_i^n + b'_4 CX_{i-1}^n\\
&a'_1 = \alpha^2(3-2\alpha),\ a'_2 = 1-a'_1,\ a'_3 = -\alpha^2(1-\alpha)\cdot\Delta x,\ a'_4 = \alpha(1-\alpha)^2\cdot\Delta x\\
&b'_1 = 6\alpha(1-\alpha)/\Delta x,\ b'_2 = -b'_1,\ b'_3 = \alpha(3\alpha-2),\ b'_4 = (1-\alpha)(1-3\alpha)
\end{aligned}\right\}(3)$$

ここで、C_i^{n+1}及びCX_i^{n+1}は、それぞれ、時刻$t = t_{n+1}$における断面$x = x_i$での濃度及び濃度勾配である。

３．計算例　計算の対象とした河川（図１）は、地点Ａから下流にかけて感潮域にあり、支川１～４が流入する。今回の濃度の計算では、図２～４のような流れを対象とした。流れは、支川を横流入（横流出）として取り扱い、横流入を考慮した一次元非定常流の連続方程式及び運動方程式を四点陰差分法によって解いた。境界条件としては水位ハイドログラフ（観測値）を与えた。

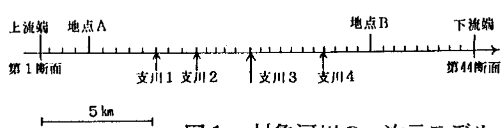


図１　対象河川の一次元モデル

Manning の粗度係数は一定値0.025とした。流れの計算によって移流の計算に必要な各時刻における各地点の流速ｕが求まる。

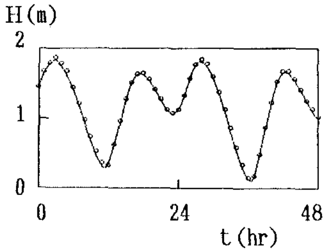


図２　地点Ｂの水位の時間変化

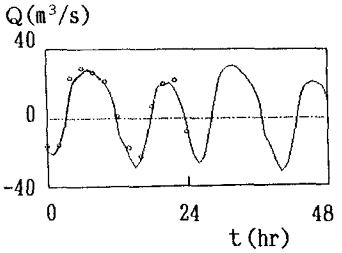


図３　地点Ｂの流量の時間変化

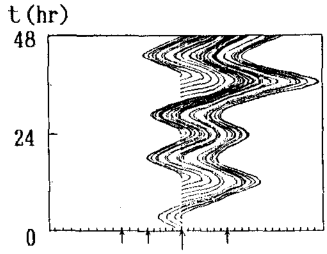


図４　支川３の合流点を１時間毎に出発する水粒子の運動の軌跡

上記の流れの場において、支川３から汚濁水が流入する場合を想定し、そのときの本川における物質移流に伴なう濃度変化を調べる。濃度の計算条件は次のように仮定した。

(1) 濃度の初期条件は本川の全断面にわたって一様に10mg/lとする。

(2) 上流端の濃度は支川の影響を受けないので10mg/lとする。逆流時における下流端の濃度は図５のように与える。図５で、C_pは下流端の流れが順流から逆流に変わる時刻$t=t_p$における濃度であり、C_qは下流端の流れが逆流から順流に変わる時刻$t=t_q$における濃度である。C_qには、下流端における流量をQ_Lとし、Tを$\int_{t_p-T}^{t_p} Q_L\,dt = -\int_{t_p}^{t_q} Q_L\,dt$により定まる時間として、時刻$t=t_p-T$における濃度を与える。

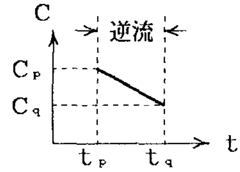


図５　逆流時の下流端の濃度

(3) 順流時の支川の濃度は図６のように与える。図６で、C_rは支川が逆流から順流に変わる時刻$t=t_r$における合流点の濃度であり、T'は逆流時に支川に流入した水が順流時に本川に流出するのに要する時間である。C_0は、支川の濃度で、支川３については200mg/lとし、他の支川については10mg/lとする。

(4) 支川合流部の濃度は物質の質量保存則によって計算する。

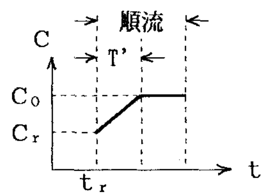
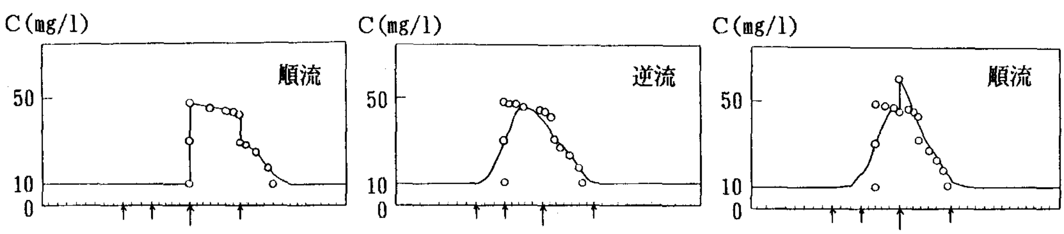


図６　順流時の支川の濃度

以上の条件のもとでの Holly-Preissmann の方法による計算結果を図７(a)～(c)に実線で示す。また、図４をもとに物質の動きを追跡する方法により計算した結果を図７にプロットで示す。図７によると、 Holly-Preissmann の移流の数値計算法は、濃度が連続的に変化する順流の場合には比較的よい結果を与えるが、濃度が不連続に変化する逆流の場合にはあまりよい結果を与えないことがわかる。

参考文献 1) F.M.Holly,Jr., A.Preissmann : Accurate Calculation of Transport in Two Dimensions, Journal of the Hydraulics Division, Proc.ASCE, Vol.103, No.HY11, 1977, pp.1259～1277



(a)　11時　　(b)　18時　　(c)　20時

図７　濃度の縦断変化