

II-187 線形不安定解析による河床植生の組織的揺動出現機構の説明

京都大学工学部 正員 北村 忠紀
金沢大学工学部 正員 辻本 哲郎

1. まえがき

路床が葦などの柔軟な植生に覆われた流れでは、植生が剛でないために振動したり流れとの相互作用により組織的に揺動する場合（穂波的挙動¹⁾²⁾）があり、剛な植生に覆われた流れに比べて流水抵抗特性などが異なることが予想される。本研究は、植生の組織的揺動が植生の变形とその上の流れの不安定によると考え、線形不安定解析を行うものである。植生の变形については1自由度系力学モデルで表現し、流れ場については清水ら³⁾によって提案された植生による形状抵抗項を基礎式に付加した $k-\epsilon$ 乱流モデルから検討するものとした。本報では特定の水利条件、植生条件を与えた計算結果により、穂波がこのような手法で取り扱えることを示唆することができた。

2. 解析

植生が柔軟なために生じる变形を簡単のため図1のように回転角 θ で表現する。すなわち、植生は植生頂部付近の平均流速 u_{k0} によって θ_0 だけ变形し、流速変動によって θ' だけ変動するものとする（ $\theta = \theta_0 + \theta'$ 、 θ'/θ_0 は微小量とし、以下の解析の線形近似を確保する）。このような变形が組織的に生じる（ θ が θ_0 まわりに振幅 $b\theta_0$ で正弦波状に変化している）と、線形近似下では植生頂部の包絡線形状（植生と表面流との界面形状、図2参照）は次のような正弦波として表される。

$$y_p = a \cdot \sin(\kappa x - \omega t) \quad (1)$$

ここで、 ω ：揺動の角周波数、 κ ：角波数である。

植生に組織的揺動が出現するのはこの界面形状が不安定になるときで、その不安定性を線形解析することから組織的揺動の性質を調べる。すなわち、微小変形した界面 $y_p(x, t)$ の上での流れで決定される植生に働く抗力の変化が知られると、植生の柔軟さに応じた変形速度 $\partial\theta/\partial t$ が求められ、すなわち $\partial y_p/\partial t$ が求められる。線形解析下ではあらゆる量の摂動が $y_p(x, t)$ と同じ周波数・波数をもち、振幅と位相差の異なる正弦波で表され、植生頂部付近の流れに対し何らかのモデルを適用すると、植生頂部流速 u_k 及び植生にかかる力 F の摂動分に対して次のような表現ができる。

$$\phi_u \equiv u_k'/u_{k0} = r_u a \cdot \sin(\kappa x - \omega t - \phi_u) \quad (2) \quad ; \quad \phi_F \equiv F'/F_0 = 2r_v a \cdot \sin(\kappa x - \omega t - \phi_u) \quad (3)$$

ここで、添字0は非擾乱値、 $'$ は摂動分を表し、 $r_v a$ 、 ϕ_u は流れに関する摂動振幅と位相差を表す。

$$\text{植生の变形が次のような1自由度系力学モデルで表されるとする。} \quad m\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + K\theta = F(t) \quad (4)$$

ここに、 m 、 c 、 K はここで考えた1自由度系力学モデルの質量、減衰率、バネ定数である。 $F(t)$ が式(3)のように表されるときの植生の变形速度 $\partial\theta/\partial t$ を計算し、角 θ と y_p の幾何関係（図1）を考慮することから、界面の变形速度が結局次のように表される。

$$(1/a) \partial y_p / \partial t = M \cdot \sin(\kappa x - \omega t) - N \cdot \cos(\kappa x - \omega t) \quad (5)$$

ここで、 $M \equiv q\omega_0 \{ 2\zeta \omega_*^2 h_0 r_u \cos \phi_u - \omega_* (1 - \omega_*^2) h_0 r_u \sin \phi_u \} / \{ (1 + \omega_*^2)^2 - 4\omega_*^2 (1 - \zeta^2) \}$

$$N \equiv q\omega_0 \{ 2\zeta \omega_*^2 h_0 r_u \sin \phi_u + \omega_* (1 - \omega_*^2) h_0 r_u \cos \phi_u \} / \{ (1 + \omega_*^2)^2 - 4\omega_*^2 (1 - \zeta^2) \}$$

$$q \equiv -2\ell_* \theta_0 \sin \theta_0, \quad \ell_* \equiv \ell_0 / h_0$$

である（ $\zeta < 1$ の場合のみ掲載、 ζ ：無次元減衰率 $\equiv c/(2m\omega_0)$ 、 ω_0 ：植生の固有振動数、 $\omega_* \equiv \omega/\omega_0$ ）。

式(1)の直接時間微分と式(5)の比較から次式が得られる。

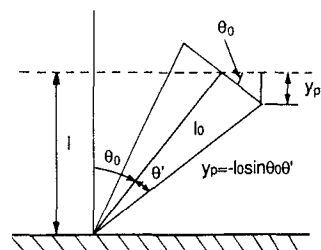


図1 植生変形の表現

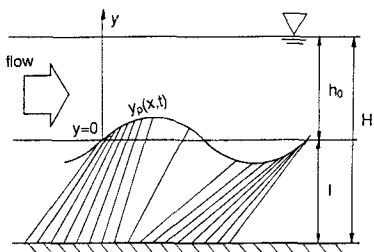


図2 植生の界面形状

$$(1/a) \partial a / \partial t = M \quad (6) \quad ; \quad \omega = N \quad (7)$$

式(6)は界面形状の振幅の増幅率を表しており、これ(M)が正になる条件で界面が不安定に、すなわち組織的揺動が現れる。また、式(7)は揺動の周波数に関する条件を表している。

3. 流れ場のモデルと解析結果

微小変形した界面上の流れ場については清水ら³⁾によって提案された植生による形状抵抗項を基礎式に付加した $k-\varepsilon$ 乱流モデルから推定した（植生が傾いている効果を取り入れるため、形状抵抗項の表現を若干変更した）。数値計算の方法は文献³⁾と同様とし、形状抵抗に関わる係数については平坦な界面形状を有する剛な植生上の流れの実測値を再現できるように決めた値をそのまま用いた。水理条件、植生条件は表1のように与え、界面形状の振幅 a 、角波数 κ を変化させて計算を行った。代表流速として、平均的な界面($y=0$)での流下方向流速の変化は図3のようになり、これを正弦波近似することから r_u 、 ϕ_u を求めた。図4に $a\kappa$ による $h_0 r_u$ の変化を示す。線形解析では $a\kappa \rightarrow 0$ を想定しているの、図のような外挿により $h_0 r_u = 1.0$ と決定した。図5は κh_0 による ϕ_u の変化を示した（ ϕ_u の a による違いはエラーバーで示した）もので、図中の点線のように近似した。このようにして得られた $h_0 r_u$ 、 ϕ_u を式(7)に代入し、式(7)を満たすような ω_* を求め、さらにこれを式(6)に代入することによって M_* ($\equiv M/\omega_*$)を求めた。図6は κh_0 による M_* 、 ω_* の変化を示したものであるが、 M_* が極大となるような擾乱が卓越波となる。また、図6のようにある κh_0 に対して式(7)を満たす ω_* が複数個存在する場合にはそれぞれを用いて計算される M_* が大きいものが支配的になるものと考えられる。図8は植生の無次元減衰率 ζ による最大発達を示す卓越波の変化を示した。

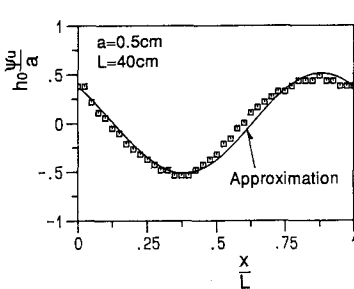


図3 代表流速の変化

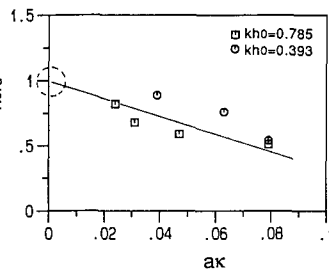


図4 振幅倍率 $h_0 r_u$

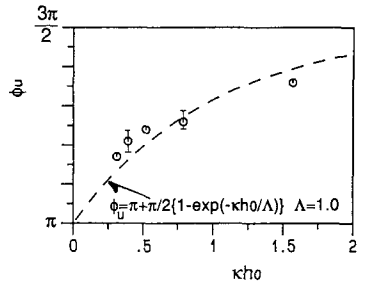


図5 位相差 ϕ_u

表1 水理・植生条件

水深	$H = 10\text{cm}$
平均流速	$U_m = 20\text{cm/s}$
植生高さ	$l = 5\text{cm}$
植生の傾き角	$\theta_0 = \pi/6$
植生の密度	$\lambda = 0.1/\text{cm}$

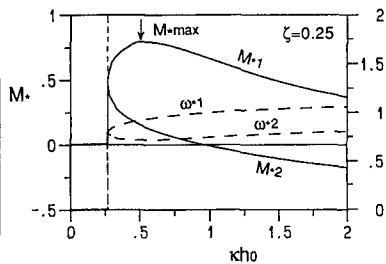


図6 κh_0 による M_* 、 ω_* の変化

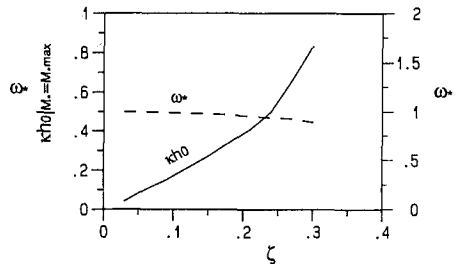


図7 ζ による卓越波の変化

4. あとがき

植生の組織的揺動が植生の変形とその上の流れの不安定によるものと考え、その出現機構を線形不安定解析により説明することを試みた。その結果こうした機構で不安定な構造が発達する可能性が示唆された。今後、系統的な計算を行うとともに実験的検証に努めたい。また組織的揺動が混合現象に与える影響についても検討を行ってゆきたい。

参考文献 1)井上栄一：穂波の研究1-6，農業気象，1955-1960。

2)福原輝幸：開水路乱流の構造解析とその応用に関する研究，大阪大学学位論文，1983。

3)清水・辻本・北村：植生に覆われた砂床上流れの浮遊砂濃度分布，水工学論文集35，pp.477-482，1991。