

II-149

プレディクティブ制御法を用いた水質制御解析

中央大学 学生員 今井 剛

中央大学 正 員 川原陸人

1. はじめに

近年、沿岸域における自然との調和を考えた港湾構造物、リクリエーション施設等の開発計画が数多く提案されている。それにともない、水質汚染問題への関心は高まり多くの水質変化を予測する手法が提案され¹⁾、水質調査もここ十数年来行われてきている²⁾。対策の一つとして、工場排水、生活排水等の汚水の流入により汚染されてゆく領域を水質基準値を満たすように制御することが挙げられる。しかし領域内に流入する汚水は絶えず不規則に変動し続けるので目的を満たすための制御量決定には非常に難しい制御問題を解くことになる。このような制御問題に対し、最適制御手法³⁾を導入する事により制御量を求める方法がある。この手法を用いれば対象領域を全解析対象時間に対して極めて効率的な制御量の回答を得ることができる。しかし基本的に、状態変数と随伴方程式に対する2点境界値問題を解く最適制御法では、“外力は全制御対象時間にわたって既知量である”という条件を有するために、実際問題への適用には難しく、さらに計算時間、計算機容量の両面で大変なコストの高い計算となっている。そこで筆者らは僅かではあるが数時間先までの外力情報が何等かの手段により絶えず得られる条件を仮定し、その情報を用いることにより解析領域の状態量の時間的な変化を数値的に予測し、目的を満足させる外力に対する制御量を求めてゆくプレディクティブ制御法を提案^{4),5)}し、水質制御解析に適用した結果を報告する。

2. 状態方程式

支配方程式である物質拡散方程式を制御量、外力として扱う流入濃度などを考慮しながら有限要素法により空間方向へ、クランク・ニコルソン法により時間方向へ離散化を行うことにより離散時間型の状態方程式は次式で表される。

$$\{c_{n+i}\} = [A]\{c_{n+i-1}\} + [B](\{\hat{c}_{n+i-1}\} - \{w_{n+i-1}\}) \quad (1)$$

$$i = 1, N$$

3. プレディクティブ制御法

最適決定問題、これは、“ある制限された範囲内で目的を達成するための最適な決定をせよ。”ということであり、最適性原理とは、“最適政策は最初の状態と最初の決定が何であっても、残りの決定は最初の決定により決まった状態に関し最適政策となっていなければならないという性質を持つ”となっている。これらの考えに基づく最適制御法では、“外力は全制御対象時間にわたって既知量である”という条件を有するために、実際問題への適用は困難となっている。

そこで本手法においては“全制御対象時間ではなく僅かではあるが数時間先までの外力情報が何等かの手段により得られる”という条件を仮定する。その情報を用いることにより解析領域の状態量の時間的な変化は(1)式により予測される。また制御問題の指標となる評価関数において、各時間ステップに対して次式を用いることにする。

$$J_n = \sum_{i=1}^N (\{c_{n+i}\} - \{c_d\})^T [Q] (\{c_{n+i}\} - \{c_d\}) + \{w_{n+i-1}\}^T [R] \{w_{n+i-1}\} \quad (2)$$

ここで N は、既知量と仮定する外力情報の時間ステップ数に相当する。(2)式の評価関数は時刻 n において既知量と仮定する外力情報により予測される $N\Delta t$ 時間先までの状態量と基準値 (c_d) との差の二乗和と、制御量の二乗和より成立ち Q, R はそれぞれの項に対する重み係数行列である。評価関数は大別して全収益関数、全費用関数とに分けられるが、前者は評価関数を最大に、後者は最小にするのが目的となるが、本研究である水質制御に関しては後者となる。つまり制御量 w は、評価関数 J_n を最小とするように随時決定される。本手法では制御量決定に際し必要条件として各時間ステップごとに評価関数に対して次の停留条件を用いている。

$$\frac{\partial J_n}{\partial w_{n+i-1}} = 0 \quad i = 1, N \quad (3)$$

4. 数値解析例

数値解析例として図-1のような矩形水路を用いた定常流れにおける水質制御解析を行った。既知量として扱う流入濃度（外力）の情報量（ステップ数）の変化による制御の違いを示す為制御を行わない場合、 $N = 1, 100$ の結果を示す。図-2-aに、外力と本手法で求められた制御量 w を、図-2-b,cに、観測点 point-B, C における状態濃度の時間変化を示す。計算に用いた値は、全領域に一定流速 $u = 1.0(m/s)$, $v = 0.0(m/s)$ 、初期状態濃度 $c_0 = 0.5$ 、水質基準値 $c_d = 1.0$ を与えた。微小時間増分 $\Delta t = 0.05$ 秒、拡散係数 $\kappa = 0.5(m^2/s)$ 、重み係数については Q は単位行列 R は零行列とした。

5. おわりに

水質制御問題に対する一支援として、既知量と仮定した数時間ステップ先までの外力情報により状態量を数値的に予測しながら評価関数を最小とするような制御量を随時決定していくプレディクティブ制御法を提案し、矩形水路モデルにおける水質汚染の

制御解析を行った。この結果より水質制御問題の制御量決定に対して本手法有効に作用することが確認できた。今後は外力の予測方法や、評価関数の重み係数、予測時間などの制御量に及ぼす影響の検討を重ね、さらに複雑形状の領域における制御解析も行っていく考えである。

参考文献

1. 例えば 川原陸人 “有限要素法流体解析”，日科技連出版社
2. 自然環境についての標本調査法の研究”統計数理研究所共同研究レポート16”，統計数理研究所,1989.
3. 例えば 加納秀明 “システムの最適理論と最適化”，コロナ社
4. 今井，川原，”プレディクティブ制御法を用いた水質制御解析”，第5回数値流体力学シンポジウム
5. T.Imai, T.Umetsu and M.Kawahara, 1991. A predictive control method for water-pollution problems using finite element method. Computer Modelling in Ocean Engineering, 477-485.

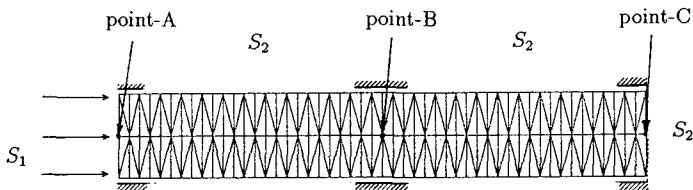


図-1 有限要素分割図

$N = 1$ の場合

$N = 100$ の場合

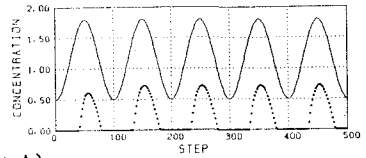
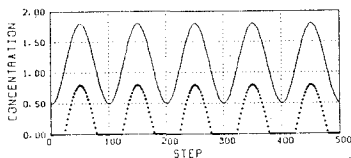


図-2-a 外力と制御量の変化 (point-A)

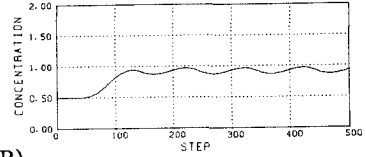
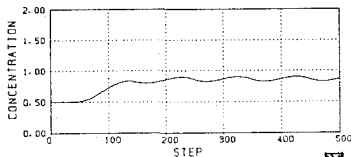


図-2-b 状態量の変化 (point-B)

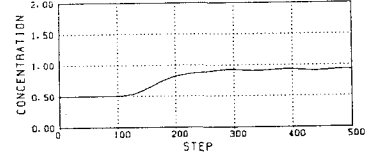
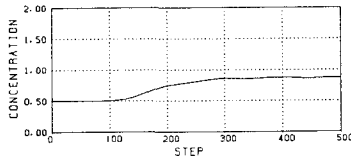


図-2-c 状態量の変化 (point-C)