

II-82

狭窄部をもつ流れの底面せん断応力分布の評価

早稲田大学大学院 学生員 ○服部 敦
 早稲田大学理工学部 正会員 関根正人
 早稲田大学理工学部 正会員 吉川秀夫

1. はじめに

開水路急変流はポテンシャル流れとして近似的に流速分布が得られる。しかし、底面せん断応力を定常等流で得られた経験則で計算するならば、摩擦損失係数を場所的に変化させなければ底面せん断応力は精度よく得られない¹⁾。これは急変流部近傍の境界層厚の変化に起因するとして解釈できる。従って、十分に発達した開水路乱流から急変流部近傍での境界層流れへの遷移を解析することが必要である。片山、福井、吉川¹⁾は段落ち流れについてポテンシャル流れとして得られた流速分布をカルマンの境界層方程式の境界値として与えることにより近似的に境界層厚の変化を求め、底面せん断応力を精度良く評価した。本論は、片山らの方法を用いて狭窄部をもつ流れの底面せん断応力分布を評価することを目的とし、水路幅に比べ狭窄開口幅が狭く、狭窄部上流の水深方向平均流速分布が二次元ポテンシャル流で近似できる場合について検討した。

2. 実験内容

幅30cm、高さ47.5cm、長さ300cm、水路床勾配1/150の矩形断面開水路の中流に開口幅5cmの狭窄を設けた。実験は図-1に示すX軸に沿ってプレストン管によって底面せん断応力を測定した。また、狭窄部上流に生じる剥離領域の形状を可視化して測定した。実験条件は、流量 $Q=1580\text{cm}^3/\text{s}$ 、狭窄部上流の水深 h は約15cmであり、狭窄部上下流で常流である。

3. 計算方法と結果

狭窄部近傍の横断方向の流速分布を二次元ポテンシャル解析するにあたり、狭窄部の上下流に生じる剥離領域の形状を図-1に示すように与えた。すなわち、狭窄部上流の剥離形状は、実験により次式の石原、志方²⁾の正規化した剥離形状に従うことが確かめられた。

$$x^n + y^n = 1 \quad (1)$$

ここで、 $x = -X/l_x$ 、 $y = \frac{B-2Y}{B-a}$ 、 n は定数で実験より0.7とした。また、 l_x は水路床近傍の実験値から25cmとした。

狭窄部下流の剥離形状は、(2)式の二次元剥離流のポテンシャル解の自由流線に、秋草、吉川ら³⁾の方法を適用して(3)式のように与えた。尚、その詳細については紙面の都合上、省略させていただく。

$$X_0 = \frac{kB}{2\pi} \left(\frac{1+k^2}{2k} \ln \frac{1+k^2-2k\cos\theta}{1+k^2+2k\cos\theta} - \ln \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} \right) \quad (2)$$

$$Y_0 = -\frac{kB}{2\pi} \left\{ \pi + \frac{1-k^2}{k} \tan^{-1} \left(\frac{2k}{1-k^2} \sin\theta \right) \right\}$$

$$X_t = X_0 + \left\{ \frac{\partial X_0}{\partial \theta} \sin(\theta - \theta_d) - \frac{\partial Y_0}{\partial \theta} \cos(\theta - \theta_d) \right\} \cos(\theta - \theta_d) \quad (3)$$

$$Y_t = Y_0 + \left\{ \frac{\partial X_0}{\partial \theta} \sin(\theta - \theta_d) - \frac{\partial Y_0}{\partial \theta} \cos(\theta - \theta_d) \right\} \sin(\theta - \theta_d)$$

ここで、 X_t 、 Y_t は秋草、吉川らの方法による剥離形状の座標、 k はポテンシャル解の最縮部の幅と水路の幅の比、 θ は(2)式の自由流線がX軸と成す角度、 θ_d は剥離形状を定めるパラメータであり11[deg]とした。(3)式により最縮部($\theta = \theta_d$)までの境界形状を与えた。

次に、図-1に示す境界条件を与えてポテンシャル流れの流速分布を得た。この流速を境界層外縁の流速として次式のカルマンの境界層方程式を数値的に解いた。

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{7}{72} \frac{\partial}{\partial X} (\delta u^2) + \frac{7}{72} \frac{\partial}{\partial Y} (\delta u v) + \frac{\delta}{8} u \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\delta}{8} v \frac{\partial u}{\partial Y} = \frac{\tau_x}{\rho} \right. \\ \left. \frac{7}{72} \frac{\partial}{\partial X} (\delta u v) + \frac{7}{72} \frac{\partial}{\partial Y} (\delta v^2) + \frac{\delta}{8} u \frac{\partial v}{\partial X} + \frac{\delta}{8} v \frac{\partial v}{\partial Y} = \frac{\tau_y}{\rho} \right. \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 q はポテンシャル解析で得た流速、 u 、 v はそれぞれ q のX、Y軸方向の成分、 δ は境界層の厚さ、 τ_x 、 τ_y はそれぞれ底面せん断応力のX、Y軸方向の成分であり次式のプラジウスの円管の実験式で与

えた。

$$\begin{cases} \frac{\tau_x}{\rho} = 0.0225 \left(\frac{\delta q}{\nu} \right)^{-0.25} q u \\ \frac{\tau_y}{\rho} = 0.0225 \left(\frac{\delta q}{\nu} \right)^{-0.25} q v \end{cases} \quad (5)$$

図-1の上流端での δ は水路が充分長いものとして水深と同じ値を与え、(4)式と(5)式の数値積分から図-2に示す δ の分布を得た。これより(5)式から摩擦損失係数 f と底面せん断応力の分布が計算でき、その結果を図-3、図-4にそれぞれ示す。ここで、 f は(5)式から次式で定義する。

$$f = 0.18 \left(\frac{\delta q}{\nu} \right)^{-0.25} \quad (6)$$

図-5において、X軸上の底面せん断応力を実験値と比較した。これより狭窄部上流の底面せん断応力は今回の近似計算でも満足な結果が得られることがわかった。

4. おわりに

本論は、水路幅に比べ狭窄開口幅が狭く、狭窄部上流の水深方向平均流速分布が二次元ポテンシャル流で近似できる場合の底面せん断応力分布の評価を行い、X軸上では本論の近似計算方法によって満足な結果が得られることを示した。今後は、水面形の変化による流れ場への影響も取り入れ、特に狭窄部下流で常流から射流に遷移する場合の底面せん断応力について計算できるように改良を進める予定である。

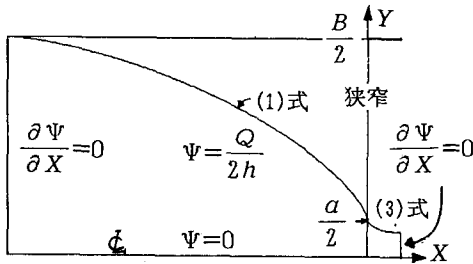


図-1 剥離領域の形状

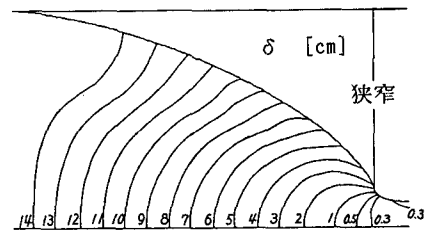


図-2 境界層厚 δ の計算結果

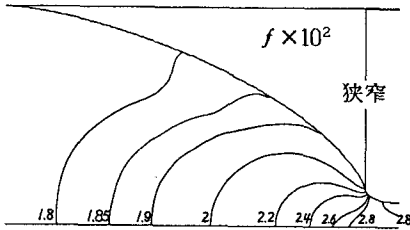


図-3 摩擦損失係数 f の計算結果

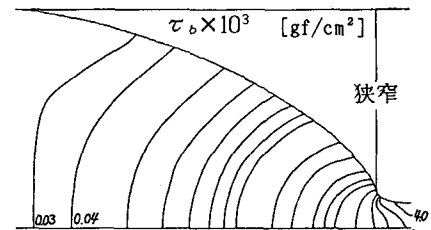


図-4 底面せん断応力 τ_b の計算結果

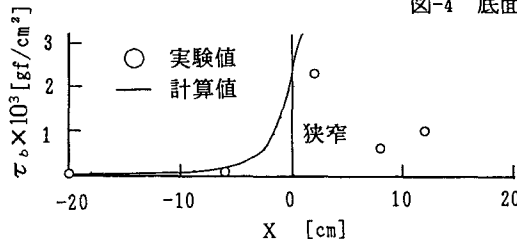


図-5 X軸上の底面せん断応力 τ_b の比較

参考文献

- 1) 片山道夫・福井吉孝・吉川秀夫：断落部近傍の底面せん断力，土木学会論文報告集第342号，pp. 69～76，1984.
- 2) 石原藤次郎・志方俊之：開水路急縮部の水理学的性状に関する研究，土木学会論文集第138号，pp. 30～38，1967.
- 3) 秋草勲・吉川秀夫ら：水制に関する研究，土木研究所報告第107号の6，pp. 36～41，1960.