

II-79 開水路における壁面せん断力の評価

立命館大学大学院 学生員 楊 永荻
立命館大学理工学部 正員 大同淳之

1. まえがき

従来より、壁面せん断力の評価については種々な方法を提案されたが、多くの場合、分割面積法のような経験的手法で比較的安易に行われているのが現状である。本研究は、長方形開水路における広幅水深比及び粗度比に適する壁面せん断力の評価法の確立を目指すものである。

2. 流れの二つのタイプおよび運動方程式

長方形開水路における流れは、水深幅比が小さい、即ち、水路幅が広い場合、側面の影響が小さく、二次元流として扱われる。水深幅比の増加につれて、側面の影響が大きくなり、流れの三次元性が著しくなる。水深が十分大きければ、両側壁の間の流れになり、底面による流れに影響が小さく、二次元流として扱われる。このとき、長方形開水路における流れの両極端は二つのタイプ二次元流、即ち、底面流と両壁面流といえる。

一般的に、長方形水路流れはFig.1に示すように扱われる。本報では、主に底面に支配された流れは幅広型、これに対応して、主に側面に支配された流れは幅狭型とよぶことにする。その中に、領域Ⅰの流れは他の壁面の影響を受けず二次元流として、領域Ⅱの流れは他の壁面の影響をうける三次元流として扱う。それぞれの運動方程式は：

$$g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{d}{dy} (-\bar{u}'v' + \nu \frac{\partial u}{\partial y}) = 0 \quad z_0 \leq z \leq b, \quad 0 \leq y \leq h$$

$$g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{d}{dz} (-\bar{u}'w' + \nu \frac{\partial u}{\partial z}) = 0 \quad 0 \leq z \leq b, \quad y_0 \leq y \leq h$$

$$\nu \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} (-\bar{u}'v' + \nu \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\bar{u}'w' + \nu \frac{\partial u}{\partial z}) \quad 0 \leq z \leq z_0, \quad 0 \leq y \leq h \quad \text{or} \quad 0 \leq z \leq b, \quad 0 \leq y \leq y_0$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(1)

底面および側面に沿って平均された壁面せん断力をそれぞれ $\bar{\tau}_b$ 、 $\bar{\tau}_s$ とすると、式(1)を半断面内で積分すれば、次式になる。

$$b \bar{\tau}_b + h \bar{\tau}_s = \tau_0 (h+b) \quad (2)$$

$$\text{ここに: } \tau_0 = \rho g R I_e, R = hb/(h+b)$$

3. 壁面せん断力分布

領域Ⅰの壁面せん断力は二次元流壁面せん断力 $\tau_{btwo} = \rho g h I_e$ (or $\tau_{stwo} = \rho g b I_e$) を扱うほかに、領域Ⅱの壁面せん断力は二次流によって非一様になり、自由水面の影響を無視して、次式を与える

$$\text{幅広型: } \tau_b(z/z_0) = f_n(z/z_0) \tau_{btwo} \quad \tau_s(y/h) = f_n(y/h) K_s \tau_{btwo} \quad (3)$$

実測資料によって、側面に遠ければせん断力の変化率は小さくなっているので、次式が仮定される。

$$df_n(\xi)/d\xi = C/(\xi + \beta) \quad (4)$$

C 、 β は未定常数、 ξ は無次元距離、 $\xi = z/z_0$ (or $\xi = y/h$)。領域Ⅰのところで $f_n(1)=1$ 、および底面と側面の隅角で流れなし $f_n(0)=0$ 。式(3)の中の K_s は式(2)によって決められる。そして、壁面せん断力分布は次式のように得られる。

$$\begin{aligned} \tau_b / \tau_{btwo} &= 1 & z_0 \leq z \leq b \\ \tau_b / \tau_{btwo} &= \ln(1+z/z_0 \beta) / \ln(1+1/\beta) & 0 \leq z \leq z_0 \\ \tau_s / \tau_{btwo} &= K_s \ln(1+y/h \beta) / \ln(1+1/\beta) & 0 \leq y \leq h \end{aligned} \quad (5a)$$

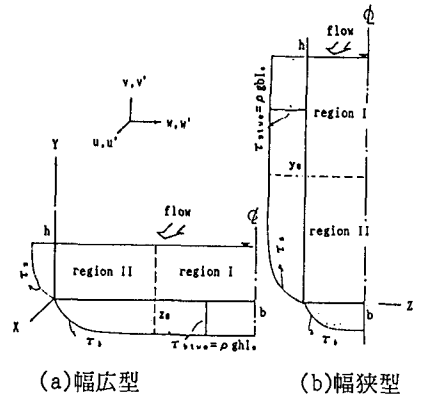


Fig.1 記号図

ここで、 $b \geq z_0$ 時 $K_s = \frac{z_0}{h} \frac{1/\ln(1+1/\beta) - \beta}{1 - (1/\ln(1+1/\beta) - \beta)}$

$b \leq z_0$ 時 $K_s = \frac{b}{h} \frac{1 - ((1+\beta z_0/b) \ln(1+b/\beta z_0) - 1) / \ln(1+1/\beta)}{1 - (1/\ln(1+1/\beta) - \beta)}$

同じように取り扱うと、幅狭型：

$$\begin{aligned} \tau_s / \tau_{s \text{ two}} &= 1 & y_0 \leq y \leq h \\ \tau_s / \tau_{s \text{ two}} &= \ln(1+y/y_0 \beta) / \ln(1+1/\beta) & 0 \leq y \leq y_0 \\ \tau_b / \tau_{b \text{ two}} &= K_b \ln(1+z/b \beta) / \ln(1+1/\beta) & 0 \leq z \leq b \end{aligned} \quad (5b)$$

ここで、 $h \geq y_0$ 時 $K_b = \frac{y_0}{b} \frac{1/\ln(1+1/\beta)}{1 - (1/\ln(1+1/\beta) - \beta)}$

$h \leq y_0$ 時 $K_b = \frac{h}{b} \frac{1 - ((1+\beta y_0/h) \ln(1+h/\beta y_0) - 1) / \ln(1+1/\beta)}{1 - (1/\ln(1+1/\beta) - \beta)}$

Fig.2は式(5)と実験資料と比較したものである。

4. 平均壁面せん断力

以上から、底面、側面の平均壁面せん断力はそれぞれ次式に

なる

広幅型：

$b \geq z_0$ の時

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_b &= \left(1 + \frac{h}{b}\right) \left\{1 - \frac{z_0}{b} \left(\frac{1}{\ln(1+1/\beta)} - \beta\right)\right\} \\ \bar{\tau}_s &= \left(1 + \frac{h}{b}\right) \frac{z_0}{h} \left(\frac{1}{\ln(1+1/\beta)} - \beta\right) \end{aligned}$$

$b \leq z_0$ の時

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_b &= \left(1 + \frac{h}{b}\right) \left\{\left(1 + \beta \frac{z_0}{b}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{\beta} \frac{b}{z_0}\right) - 1\right\} / \ln\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \\ \bar{\tau}_s &= \left(1 + \frac{b}{h}\right) \left\{1 - \left[\left(1 + \beta \frac{z_0}{b}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{\beta} \frac{b}{z_0}\right) - 1\right] / \ln(1+1/\beta)\right\} \end{aligned}$$

狭幅型：

$h \geq y_0$ の時

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_s &= \left(1 + \frac{b}{h}\right) \left\{1 - \frac{y_0}{h} \left(\frac{1}{\ln(1+1/\beta)} - \beta\right)\right\} \\ \bar{\tau}_b &= \left(1 + \frac{b}{h}\right) \frac{y_0}{b} \left(\frac{1}{\ln(1+1/\beta)} - \beta\right) \end{aligned}$$

$h \leq y_0$ の時

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_s &= \left(1 + \frac{b}{h}\right) \left\{\left(1 + \beta \frac{y_0}{h}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{\beta} \frac{h}{y_0}\right) - 1\right\} / \ln\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \\ \bar{\tau}_b &= \left(1 + \frac{h}{b}\right) \left\{1 - \left[\left(1 + \beta \frac{y_0}{h}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{\beta} \frac{h}{y_0}\right) - 1\right] / \ln(1+1/\beta)\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

Fig.3は式(6)と壁面粗度一様の実験データ、Fig.4は式(6)と壁面粗度非一様の実験データと比較したものである。ここに、実験資料によって、 $\beta = 0.079$ 、 $z_0 = 2(\Delta_s / \Delta_b)^{0.1}$ 、 $y_0 = 2(\Delta_b / \Delta_s)^{0.1}$ で実験データとよく一致する。 Δ_b 、 Δ_s はそれぞれ底面と側面の粗度の高さである。

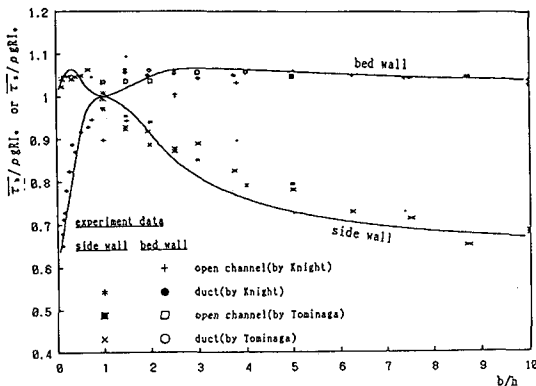


Fig.3 平均壁面せん断力の比較（壁面粗度一様）

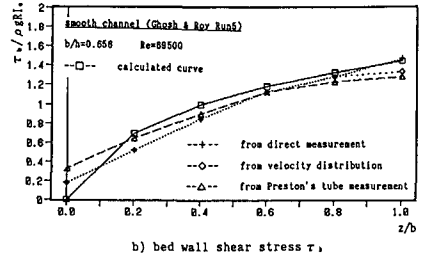
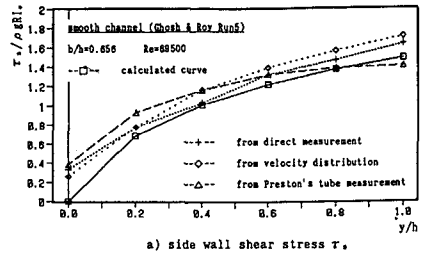


Fig.2 壁面せん断力分布の比較

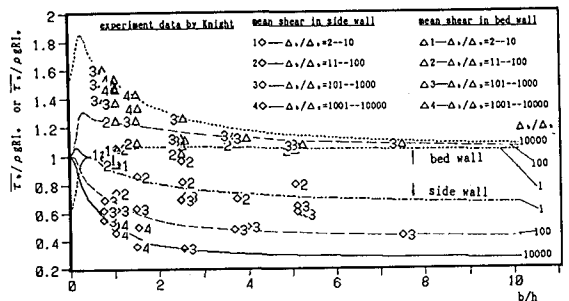


Fig.4 平均壁面せん断力の比較（壁面粗度非一様）

参考文献:1)楊,大同:関西支部1992. 2)Ghosh:J.Hyd.ASCE.Vol96,No.Hy4. 3-6)Knight:J.Hyd.ASCE.Vol.111, No.1; Vol.107.No.Hy7; Vol.105.No.Hy9; Vol.110,No.4. 7)富永:土論,No.357. 8)瀬津:土論,No.369