

II-72 親水性護岸における流れの数値計算

北海道開発コンサルタント㈱	正員	山下 恭正
開発土木研究所 河川研究室	正員	清水 康行
北海道開発コンサルタント㈱	正員	荒井 信行
同 上	正員	三谷 紀一

1. はじめに

河川における洪水時の流速、流向や水衝部の位置を的確に予測することは河川計画上重要な課題のひとつである。特に我が国の河川は大部分が急流河川であり、その急流域に多くの人口や産業が集中している。また、近年河川環境に対する配慮から河川構造物や河道自体が複雑な形状をとり、現在の経験的・実験的手法のみではその水理現象が明らかにならない場合が多い。

本研究は、任意の河道形状を有する水域における流れを高精度な有限差分法により数値解法することを目的としたもので、本モデルを複雑な形状を呈する引込護岸に適用しその有効性を検証したものである。

2. 一般曲線座標系におけるSt.Venant 方程式およびMacCormackの差分スキーム

一般曲線座標系による有限差分法は、デカルト座標系にかえて地形形状に沿った一般曲線座標系を導入し、その上で離散化するために、地形形状の表現、境界条件の処理、および高精度の差分法の利用が比較的容易にできる。ここで一般曲線座標系に変換された2次元St.Venant 浅水方程式は以下のようである。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial \phi} + \frac{\partial C}{\partial \psi} = D_\psi + D_\phi \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{h}{J} \\ \frac{u^* h}{J} \\ \frac{u^* h}{J} \end{bmatrix} \quad D_\psi = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} g h (SX_{\psi\psi} - SX_{\phi\psi}) \\ \frac{1}{J} g h (SY_{\psi\psi} - SY_{\phi\psi}) \end{bmatrix} \quad D_\phi = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} g h (SX_{\phi\phi} - SX_{\psi\phi}) \\ \frac{1}{J} g h (SY_{\phi\phi} - SY_{\psi\phi}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{u^* h}{J} \\ \frac{1}{J} \left[\left(u^* u^* h + \frac{\psi^2}{2} g h^2 \right) - \epsilon \left\{ \psi_z \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \psi_\phi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \phi_\psi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) \right\} \right] \\ \frac{1}{J} \left[\left(u^* u^* h + \frac{\psi^2}{2} g h^2 \right) - \epsilon \left\{ \psi_z \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \psi_\phi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \phi_\psi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) \right\} \right] \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{u^* h}{J} \\ \frac{1}{J} \left[\left(u^* u^* h + \frac{\phi^2}{2} g h^2 \right) - \epsilon \left\{ \psi_z \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \psi_\phi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \phi_\psi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) \right\} \right] \\ \frac{1}{J} \left[\left(u^* u^* h + \frac{\phi^2}{2} g h^2 \right) - \epsilon \left\{ \psi_z \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \psi_\phi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) + \phi_\psi \left(\psi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \psi} + \phi_z \frac{\partial(u^* h)}{\partial \phi} \right) \right\} \right] \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} SX_{\psi\psi} &= -\phi_z \frac{\partial \psi_z}{\partial \psi}, & SX_{\psi\phi} &= -\phi_z \frac{\partial \psi_z}{\partial \phi}, & SX_{\phi\psi} &= -\frac{\phi_z}{J} u^* n^2 \frac{\sqrt{(u^*)^2 + (u^*)^2}}{h^{1/3}}, & SX_{\phi\phi} &= -\frac{\phi_z}{J} u^* n^2 \frac{\sqrt{(u^*)^2 + (u^*)^2}}{h^{1/3}} \\ SY_{\psi\psi} &= -\psi_z \frac{\partial \psi_z}{\partial \psi}, & SY_{\psi\phi} &= -\psi_z \frac{\partial \psi_z}{\partial \phi}, & SY_{\phi\psi} &= -\frac{\psi_z}{J} u^* n^2 \frac{\sqrt{(u^*)^2 + (u^*)^2}}{h^{1/3}}, & SY_{\phi\phi} &= -\frac{\psi_z}{J} u^* n^2 \frac{\sqrt{(u^*)^2 + (u^*)^2}}{h^{1/3}} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、 u^ψ, u^ϕ は ψ, ϕ 方向の流速の反変成分、 Z_b は河床高、 h は水深、 g は重力加速度、 ϵ は渦動粘性係数、 n はマンニングの粗度係数である。

また、2次元のMacCormack法による計算方法は、 n を時間ステップ、 i および j を空間格子点番号とすると、ある変量 $U_{i,j}$ の Δt 秒後の値を $U_{i,j}^{n+1}$ を次式で求める。

$$U_{i,j}^{n+1} = \left[L_\psi(\Delta t_\psi) \right]^m \left[L_\phi(\Delta t_\phi) \right] \left[L_\psi(\Delta t_\psi) \right] \left[L_\phi(\Delta t_\phi) \right]^m U_{i,j}^n \quad (6)$$

ただし、 L_ψ, L_ϕ は各々 ψ, ϕ 方向の差分演算子であり、時間間隔 $\Delta t = 2m \Delta t_\psi = 2\ell \Delta t_\phi$ である。また、 L_ψ, L_ϕ は通常のMacCormack法と同様に予測子と修正子の2段階に分けて計算を行うものとする。計算は初期条件から、各変数が定常状態に収束するまで繰り返し時間進行を行うものとする。

3. 親水性護岸における適用例

適用区間では現在親水性を考慮した引込護岸が竣工されている。この引込護岸は蛇行直線部に施行されているが、本区間は河床勾配が 1/300と急勾配であり、さらに流路には中州（岩礁）が点在している。図-2の鳥観図を見ると本引込護岸周辺の河床は中州や局所洗掘などにより起伏が激しく、引込護岸周辺の流況を複雑にするものと推測される。計算区間はSP-300～760m間の引込護岸周辺とし、計算対象流量は計画高水流量 $Q=1,600\text{m}^3/\text{s}$ とする。なお、計算結果を図-1の計算流速ベクトル図に示す。

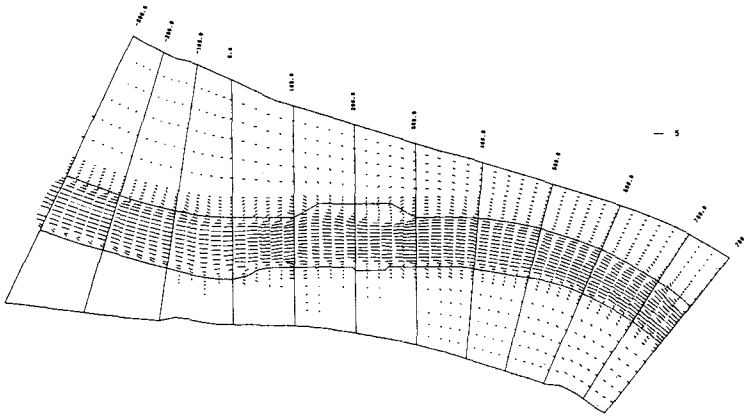


図-1 計算流速ベクトル図

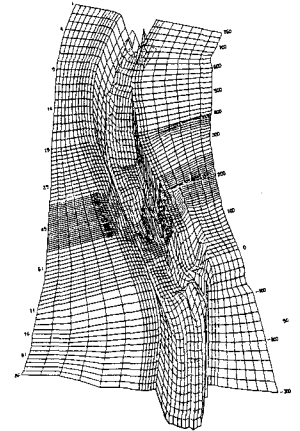


図-2 鳥 観 図

計算結果を見ると計画高水流量 $Q=1,600\text{m}^3/\text{s}$ 流下時の流況は、全体的に高水敷に冠水し、河岸付近では高水敷から低水路へ、また低水路から高水敷への乗り上げが起こっている。特に引込護岸付近ではそれが顕著で、SP 200～140m間で低水路から引込部に流入した河川水がSP 140～100m間で高水敷に乗り上げ、さらに、SP 100～0m間で低水路に落込んでいる。河床での流れを見ると、SP 300m付近の中州とその下流の河床低下により低水路水位が落込みその下流では跳水現象が生じている。

このように、本モデルは急流蛇行河川や引込護岸などの局所的に流れが急変する場合においても有効な予測結果を示しており、今後問題点を含めて再現性の向上のため検討を行ってゆく必要があると考えられる。

4. おわりに

本研究は、任意の河道形状を有する水域における2次元流れを高精度な有限差分法により数値解析をすることを目的として行ったものであり、一般曲線座標系でのSt.Venant 方程式を基礎式として、MacCormackの差分スキームを用いた流れの数値計算法について述べたものである。本モデルはまだ開発途上のものであるが、これが完成すると自然河川はもちろん、複雑な地形形状を有する流れをほぼ正確に予測することが可能となるきわめて有力なモデルであると考えられる。

参考文献

- 1)清水康行、板倉忠興；河川における2次元流れと河床変動の計算、北海道開発局土木試験所報告第85号、昭和61年
- 2)R.Garcia and R.Kawawita; Numerical solution of the St. Venant equations with the MacCormack finite difference scheme, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.5, 1986.
- 3)D.Anderson, J. Tannehill and R.Pletcher; Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Hemisphere Publishing Corporation, 1984.