

II-56 異なる露出状態における球の離脱限界

武蔵工業大学 正 員 王 方一

1. 序

河床砂礫の離脱限界は粒子の露出度に強く依存する。前報⁽¹⁾では時間平均の流体力と球の水中重量の成分の釣合を考へて計算式を導出し実験値と比較したが、計算値は2程度の値で割って補正する必要があった。本報では流体力の変動効果を計算式に導入し、離脱限界の実験値および実験式と比較した。その際、式中の変動項の数値は文献を参考して定めた。

2. 離脱限界の計算式

2-1. 任意の露出比 $\eta = S_e/d$ (図-1)に位置する受力球の離脱限界は瞬間最大の抗力 $F_{D\max}$ 、揚力 $F_{L\max}$ および球の水中重量 W の成分の釣合式 $F_{D\max} \cdot e_{1A} + F_{L\max} \cdot e_{2A} + W_x \cdot e_1 - W_z \cdot e_2 = 0$ で求められる。

$F_{D\max} = F_D + F_{D\max}'$, $F_{D\max}' = \Pi_D \cdot b_D$, $F_{L\max} = F_L + F_{L\max}'$, $F_{L\max}' = \Pi_L \cdot b_L$, $C_{VD} = b_D/F_D$, $C_{VL} = b_L/F_L$, $F_{D\max}/F_{D1\max} = k_D \cdot k'_D$, ここに $k_D = F_D/F_{D1}$, $k'_D = (1 + \Pi_D \cdot C_{VD}) / (1 + \Pi_{D1} \cdot C_{VD1})$, $F_{L\max}/F_{L1\max} = k_L \cdot k'_L$, ここに $k_L = F_L/F_{L1}$, $k'_L = (1 + \Pi_L \cdot C_{VL}) / (1 + \Pi_{L1} \cdot C_{VL1})$, $F_{D1} = C_{D1} (1/2) u_{01}^2 (\pi/4) d^2$, $W_x = W \sin \alpha$, $W_z = W \cos \alpha$, $W = (1/6) g (\rho_s - \rho) \pi d^3$, $e_{2A}/e_{1A} = \tan \phi_A = \mu_A$, $e_2/e_1 = \tan \phi = \mu$ とすれば離脱限界時の無次元剪断力 $\tau_{*c} = u_*^2 \cdot c / g \cdot S'$ は

$$\tau_{*c} = \cos \alpha (\mu - \tan \alpha) / \{ (3/4) (u_{01}/u_{*c})^2 \cdot G' (e_{1A}/e_1) \cdot C_{D1} (1 + \Pi_{D1} \cdot C_{VD1}) \} : (0 < \eta \leq 0.866) \dots (1a) \text{ となる。}$$

ここに $u_*^2 \cdot c = g \cdot h_{oc} \cdot \sin \alpha$, $G' = k_D \cdot k'_D + \mu_A \cdot k_L \cdot k'_L$, b_D と b_L : 抗力と揚力の変動の標準偏差, F_{D1} : $\eta = 1$ の時の時間平均の F_D , $u_{01}/u_{*c} = 8.5 + 5.75 \log(Z_1/d)$, $Z_1 = (a + 0.5) d$, u_{01} : $\eta = 1$ に位置する球の中心 ($Z_0 = 0.5d$) における時間平均流速, h_o と a : 水路底球列の頂面から水面と想像上の水深原点までの距離, $S' = S - 1$, $S = \rho_s/\rho$, ρ_s と ρ : 球と水の密度, $i = \tan \alpha$: 水路勾配, μ は $\mu = e_2/e_1 = \tan \phi = \cot \delta = (1 - \sin^2 \delta)^{1/2} / \sin \delta$, $\sin \delta = 2\eta/3^{1/2}$ で算出され, $\eta = 0.866$ は $\mu = 0$ のときの η の値である。

また $\eta \leq 0$ の時には $F_{L\max} \cdot e_{2A} = W_z \cdot e_2$ より

$$\tau_{*c} = \cos \alpha / \{ (3/4) (u_{01}/u_{*c})^2 \cdot k'_L \cdot (e_{2A}/e_2) \cdot C_{D1} \cdot k'_L (1 + \Pi_{D1} \cdot C_{VD1}) \} : (\eta \leq 0) \dots (1b) \text{ となる。}$$

2-2. 変動効果を無視すれば $G' = G = k_D + \mu_A k_L$ となり式 (1a) と (1b) は

$$\tau_{*c} = \cos \alpha (\mu - \tan \alpha) / \{ (3/4) (u_{01}/u_{*c})^2 \cdot G \cdot (e_{1A}/e_1) \cdot C_{D1} \} \dots (2a)$$

$$\tau_{*c} = \cos \alpha / \{ (3/4) (u_{01}/u_{*c})^2 \cdot k'_L \cdot (e_{2A}/e_2) \cdot C_{D1} \} \dots (2b) \text{ となる。}$$

$\mu_A \approx \mu$, $e_{1A}/e_1 \approx 1$, $e_{2A}/e_2 \approx 1$ とすれば式 (2a) と (2b) は前報⁽¹⁾の計算式となる。

2-3. 式 (1a), (1b) はまた

$$\tau_{*c} = [\text{式 (2a)}] / k_{fta} \dots (3a) \quad \text{および} \quad \tau_{*c} = [\text{式 (2b)}] / k_{ftb} \dots (3b) \text{ と書ける。}$$

ここに $k_{fta} = (G'/G) \cdot (1 + \Pi_{D1} \cdot C_{VD1})$; $k_{ftb} = k'_L (1 + \Pi_{D1} \cdot C_{VD1})$ 。

3. 計算に用いた諸量の値

3-1. k_D , k_L , C_{D1} と a の実験値: B 型実験球⁽²⁾を用い, $i = 1/60$, $h_o = 4, 15 \text{ cm}$, $6, 13 \text{ cm}$ および $8, 63 \text{ cm}$ で再実験した k_D の値は図-2 に示し⁽⁴⁾, 点群は $k_D = 0.07 + 0.93\eta : (0 < \eta \leq 0.866) \dots (4)$ で表せる。 k_L の値は実験点群の増減傾向に基づき、吉川ら⁽⁵⁾の実験値をも考慮して $k_L = 0.085 + 0.383\eta : (0 < \eta \leq 0.3)$;

$k_L = 0.14 + 0.2\eta : (0.3 < \eta \leq 0.8)$; $k_L = 1.9 - 2\eta : (0.8 < \eta \leq 0.866) \dots (5a)$ を用いた。 $\eta \leq 0$ の範囲では実験値はないが η の負値が大きくなれば $k_L > 0$ と考へて $k_L = 1 / (1 + m \cdot \exp(-\eta)) \dots (5b)$ と仮定し離脱実験値を考慮して $m = 11.765$, $n = 6$ を用いた。次に同じ条件における F_{D1} と u_{01} の測定値よりそれぞれ $C_{D1} = 0.57, 0.68, 0.75$, ($Re_1 = u_{01}d/\nu$ はそれぞれ $1.59, 1.96, 2.37 \times 10^4$, $d = 2.5 \text{ cm}$) 平均 0.67 を得、計算には $C_{D1} = 0.7$ を使用した。また $i = 1/60$, $h_o = 5 \text{ cm}$, $6, 13 \text{ cm}$, $8, 63 \text{ cm}$ のときの $Z_0 = 1 \text{ mm}$ における流速の実測値を u_0/u_* の式に代入して $a = 0.299, 0.302, 0.329$ 平均 0.31 を得、計算には $a = 0.3$ を使用した。

3-2. C_{VD} , C_{VL} , Π_D , Π_L および Π_{D1} の値: 文献 (6, 7, 9) の実験結果を参考して $C_{VD} = 0.4 - 0.2\eta : (\eta \leq 0.866)$; $C_{VL} = 0.4 : (\eta \leq 0.866) \dots (6)$ を使用した。 Π_D , Π_L の値はばらつきが大きく傾向が不明確なため $\Pi_D = \Pi_L = \Pi_{D1} = 3$ を使用した。

3-3. その他の値: 今回の計算では近似的に F_D と F_L が球心に作用すると考へて $\mu_A \approx \mu$, $e_{1A}/e_1 \approx 1$, $e_{2A}/e_2 \approx 1$ を用いた。また離脱限界の実験条件が大部分 $i = 1/60$ であるため、 $i = 1/60$ を用いて計算した。

4. 計算結果

4-1. 変動効果を考慮しないとき:式(2a), (2b)による計算結果は図-3の曲線(2)で示す。

4-2. 変動効果を考慮するとき:式(1a), (1b)または(3a), (3b)による計算結果は図-3の曲線(3)で示す。

4-3. k_{fta} , k_{ftb} の近似式を用いるとき: k_{fta} , k_{ftb} の計算結果を $k_{fta}=2.2-0.5\eta$ ($0 \leq \eta \leq 0.866$)…(7a); $k_{ftb}=2.2$ ($\eta \leq 0$)…(7b)で近似し、式(3a), (3b)による計算結果は図-3の曲線(3')で示す。また概略的に $k_{fta}=k_{ftb}=2$ …(8)を用いて計算すれば曲線(3'')となる。曲線(3')と(3)はほとんど重なり、また(3'')と(3'), (3)との差異は僅少で、式(8)は前報⁽¹⁾での補正量と同程度である。

5. 離脱限界の実験値

$i=1/60$, $d=6.6\text{mm}$, $s=2.3$ の球⁽³⁾; $i=1/60$, $d=25\text{mm}$ ($s=1.2, 2.48, 8.35$)の球⁽¹⁾および 6.4mm の球, $d=8.3\text{mm}$, 8.8mm の礫状材料⁽⁵⁾ ($215 < u_*d/\nu < 830$)による実験結果は図-3の点群で示す。

6. 実験式

図-3の点群を通過する曲線 $\tau_{*c} = \{0.067/(\eta+0.313)\} - 0.054$; ($\eta \leq 0.866$)…(9)は曲線(9)で示す。

7. 結び

C_{D1} , k_A , e_{1A}/e_1 , e_{2A}/e_2 , C_{VD} , C_{VL} , n_D , n_L 及び n_{D1} などの変化のより明確な傾向が期待される。

本研究に際し、計算などで助力して頂いた当時4年次学生の松田修二、関戸洋史の諸君に感謝の意を表します。

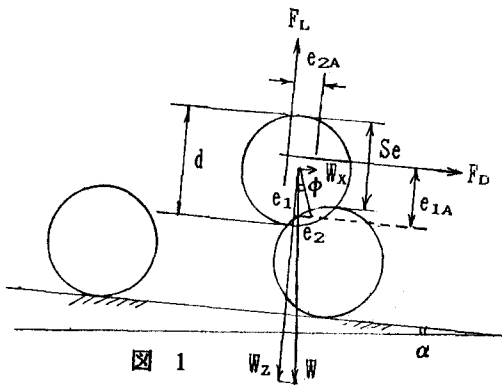


図 1

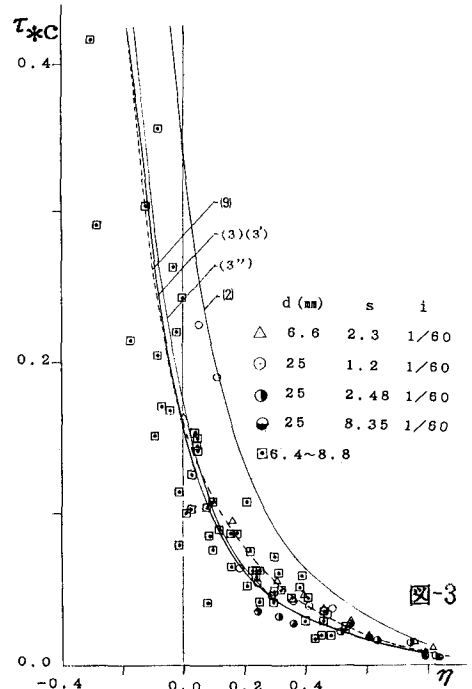


図-3

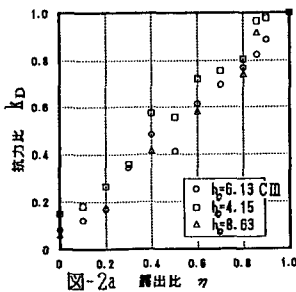


図-2a

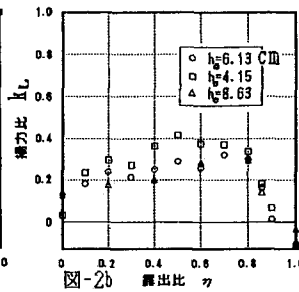


図-2b

- 文献: (1) 王: 土木学会第44回年次学術講演会第2部 (1989-10) 344-345
 (2) 王、山田: 土木学会第43回年次学術講演会第2部 (1988-10) 334-335
 (3) 長村、清水: 武蔵工大卒業論文 (1974-3)
 (4) 相場、矢戸: 武蔵工大卒業論文 (1992-3)
 (5) Fenton & Abbott: Proc. Roy. Soc. A 352 (1977)
 (6) 中川、辻本、細川: 第23回水工学論文集 (1979)
 (7) Li and others: Proc. 2nd Int. Sym. on River Sedimentation (1983)
 (8) 吉川、植松ほか: 土木学会論文集第399号 (1988)
 (9) 岡部: 土木学会第45回年次学術講演会第2部 (1990-9), 562-563