II-34　直交曲線座標系による二次元河床変動解析モデルについて

ＪＲ九州　正員　瀧口　将志
河川環境管理財団　正員　芦田　和男
京都大学防災研究所　正員　江頭　進治
ニュージェック　正員　劉　炳義

１．はじめに　蛇行河道のような流路における流れおよび河床変動の数値解析モデルにおいては、S軸のみに曲率をもつS-N座標系がよく用いられている。しかしこれは、複雑な流路形状には適用しにくい。一方、座標系として一般曲線座標系を用いれば、任意の流路形状を表現しやすいが、支配方程式は非常に複雑になる。ここでは、ほぼ任意の流路形状に対応可能なBoundary-fitted直交曲線座標系を採用し、おもに次の二つについて検討する。①浮き州が生じる場合の流れおよび河床変動の計算方法。②運動方程式の各レイノルズ応力項が流れおよび河床変動計算においてはたす役割。

２．モデルの概要　直交曲線座標系において、二次元浅水流モデルの連続式・運動方程式は(1)～(3)式で表わされる。レイノルズ応力は(4)～(6)式で与える。河床せん断応力は、対数則を用いて計算する。変数計算点は、流速u_s、u_n、水位z_sの計算点を互いにずらして配置したスタガード格子に従う。運動方程式の差分は、移流項に関して風上差分、粘性項に関して中央差分とする。流れの計算にはSIMPLER法を用いる。河床変動計算に必要となる底面流速としては、主流方向（流れの水深平均ベクトルの方向）については対数則分布の相当粗度高さの流速を用いる。二次流方向（主流に直交する方向）については、一様彎曲流路における発達したらせん流による底面流速式に、流線の曲率を考慮して算定したものを用いる($N_*=7$)。(7)式は、粒径クラスkの河床材料の連続式である。流砂量式には、芦田・道上式に河床勾配を考慮したもの[1]を用いる。

$$\frac{\partial(u_s h)}{\partial s}+\frac{\partial(u_n h)}{\partial n}+\frac{u_s h}{r_n}+\frac{u_n h}{r_s}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$S\text{方向:}\quad u_s\frac{\partial u_s}{\partial s}+u_n\frac{\partial u_s}{\partial n}+\frac{u_s u_n}{r_s}-\frac{u_n^2}{r_n}=-g\frac{\partial z_s}{\partial s}+\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\tau_{ss}}{\rho}\right)+\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\tau_{sn}}{\rho}\right)-\frac{1}{h}\frac{\tau_{sb}}{\rho}+\frac{2}{r_s}\frac{\tau_{sn}}{\rho}+\frac{1}{r_n}\frac{\tau_{ss}-\tau_{nn}}{\rho} \quad \cdots \quad (2)$$

$$N\text{方向:}\quad u_s\frac{\partial u_n}{\partial s}+u_n\frac{\partial u_n}{\partial n}+\frac{u_s u_n}{r_n}-\frac{u_s^2}{r_s}=-g\frac{\partial z_s}{\partial n}+\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\tau_{nn}}{\rho}\right)+\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\tau_{sn}}{\rho}\right)-\frac{1}{h}\frac{\tau_{nb}}{\rho}+\frac{2}{r_n}\frac{\tau_{sn}}{\rho}+\frac{1}{r_s}\frac{\tau_{nn}-\tau_{ss}}{\rho} \quad \cdots \quad (3)$$

$$\frac{\tau_{ss}}{\rho} = 2\varepsilon\left(\frac{\partial u_s}{\partial s}+\frac{u_n}{r_s}\right) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

$$\frac{\tau_{nn}}{\rho} = 2\varepsilon\left(\frac{\partial u_n}{\partial n}+\frac{u_s}{r_n}\right) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

$$\frac{\tau_{sn}}{\rho} = \varepsilon\left(\frac{\partial u_s}{\partial n}+\frac{\partial u_n}{\partial s}-\frac{u_s}{r_s}-\frac{u_n}{r_n}\right) \cdots \quad (6)$$

$$\frac{\partial z_{bk}}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda}\left(\frac{\partial q_{bsk}}{\partial s}+\frac{\partial q_{bnk}}{\partial n}+\frac{q_{bsk}}{r_n}+\frac{q_{bnk}}{r_s}\right)=0 \quad \cdots \quad (7)$$

$$z_{si,j}-z_{bi,j}<0.2 \quad \cdots\cdot \quad (8)$$

３．浮き州が生じた場合の計算　浮き州が生じた場合の流れおよび河床変動計算方法について考える。まず、流れの繰り返し計算ごとに水位と河床位を比較し、(8)式が成立すれば浮き州とみなす。そして、流れ場を求める際に、そのメッシュの辺上の流速をすべて0とし、さらにそのメッシュについては計算しないこととする。もちろん、いちど浮き州になっても、水位上昇にともない浮き州でなくなる場合もある。その判断は、つぎのようにおこなう。①図-1に示すように、S方向について、浮き州でないメッシュの中心までの距離ΔS_1およびΔS_2を求める。浮き州でないメッシュの水位をそれぞれz_{ss1}, z_{ss2}とする。②N方向についても同様に、浮き州でないメッシュの中心までの距離ΔN_1およびΔN_2を計算し、それぞれのメッシュの水位をz_{sn1}, z_{sn2}とする。ただし片側が側壁であれば、図-2に示すように各パラメータを定める。③$\Delta S_1+\Delta S_2$と$\Delta N_1+\Delta N_2$(あるいは$\Delta N_3+\Delta N_4$)とを比較し、小さい方の方向の浮き州でないメッシュの水位を用いて水位z_sを内挿する。④内挿して求めたz_sを用いて、(6)式により再び浮き州の判断を行う。以上の手法により、浮き州が生じても、流れおよび河床変動の計算を行えるようになった。ただし、多数の浮き州が一度に発生すると流れの計算が発散してしまうので、Δtおよび緩和係数を小さくする必要がある。

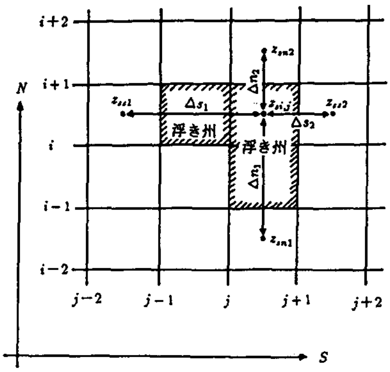

図-1 浮き州の水位の計算（水路内部）

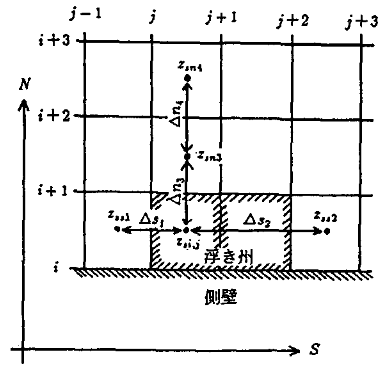

図-2 浮き州の水位の計算（側壁近傍）

図-3は、本モデルを用いて計算した平衡河床形状を示したものである。計算は、蛇行長220cm、最大蛇行偏角35° のSine-generated curveが無限に連なった幅20cmの蛇行流路を想定し、その一波長区間で行った。初期河床勾配i=0.01、流量Q=3.6(l/s)、平均粒径d_m=1.7mm、標準偏差$\sigma=(D_{84}/D_{16})^{1/2}$=2.2である。

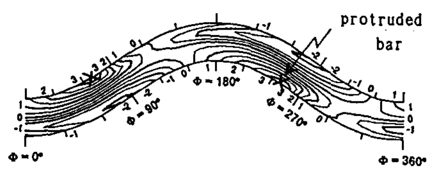

図-3 平衡河床形状（項省略なし）

4．レイノルズ応力項の役割　運動方程式におけるレイノルズ応力項が流れおよび河床変動に与える影響を調べるため、以下の3通りの省略を行なって計算を行い、それらの結果に基づいて検討した。省略①レイノルズ応力項で曲率半径r_s, r_nを含む項を省略する。省略②レイノルズ応力項の中の交差差分項、すなわち$\frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial}{\partial n}$を含む項を省略する。省略③運動方程式における垂直応力項$\frac{\partial}{\partial s}\frac{\tau_{ss}}{\rho}$および$\frac{\partial}{\partial n}\frac{\tau_{nn}}{\rho}$を省略する。図-4(a),(b),(c)は、それぞれ上述の省略条件のもとで算定された平衡河床形状である。これらの計算は、図-3の結果(項の省略をおこなっていないもの)と同じ条件で行った。図-4に示すように、上述の省略条件による河床形状の違いはほとんど見られない。従って、本計算条件では、以上①～③の省略、すなわち$\frac{\tau_{sn}}{\rho}$以外のレイノルズ応力項が流れ及び河床変動に与える影響はほとんどないといえる。このことは、二次元流れ場においては、ある水理条件と境界条件の範囲内で、上記のレイノルズ応力項を省略した運動方程式を用いてもよいことを意味している。

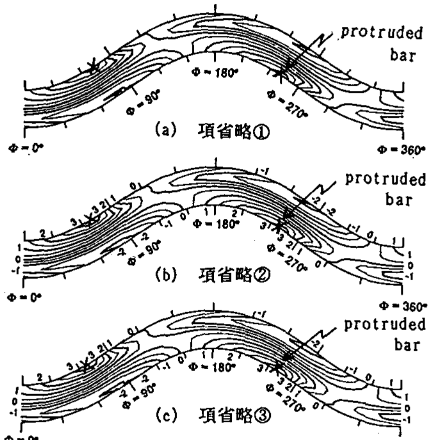

図-4 平衡河床形状に対する
レイノルズ応力項各項の省略の影響

5．おわりに　本稿においては、浮き州が生じる場の河床変動計算方法を提示し、さらにレイノルズ応力項が流れおよび河床変動計算において果たす役割についても検討を行った。今後、本モデルの実河川への適用を計っていきたい。

参考文献　1）劉炳義：複断面河道における流砂と河床変動に関する研究、京都大学学位論文、1992 （in English）