

II-33 二次元浅水流モデルによる中規模河床形態の数値シミュレーション

法政大学 工学部 正会員 西谷 隆 亘

法政大学 工学部 正会員 牧野 立平

法政大学 大学院 学生会員 土屋 直也

1. はじめに 移動床実験水路上の流れは水理量, 河床材料, 勾配を変化させることによりさまざまな河床形態を形成する. これらの流れの水理特性を明確にするため, これまでに理論的, 実験的な研究が行われ, 形成条件や形状特性に関する数多くの成果が得られている. しかしながら, 流れの現象を説明するには, これら経験的, 定性的な手法に加えさらに現象の定量的な予測手段が必要である. 有効な方法の1つに流れと流砂の運動方程式と連続式を数値解法により解くことが考えられ, これら大規模な計算を必要とする流体数値シミュレーションが電子計算機の発展とともに現在注目されている. 数値計算法の河床変動への適用例は, おもに流路の湾曲にもとづく洗掘予測の計算の場合が多く, 直線移動床の数値計算に関する研究は少ない¹⁾. 本研究では二次元浅水流モデルを用いた数値シミュレーションにより中規模河床形態を発生させ, 実験水路上で観察される河床形態と比較検討を行ったものである.

2. 数値シミュレーションモデル 本計算では流水の基礎方程式に Navier-Stokes 式を深さ方向に平均して得られる二次元浅水流モデルを適用する. 連続式と運動方程式はそれぞれ以下に示す式となる.

$$\text{連続式:} \quad \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\text{流下方向の運動方程式:} \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial(z_b + h)}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho h} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\text{横断方向の運動方程式:} \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial(z_b + h)}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

ここで, u, v : x, y -方向の流速成分, h : 水深, z_b : 河床位, $\tau_{bx} = \rho C_f u (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}$, $\tau_{by} = \rho C_f v (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}$: それぞれ x, y -方向の河床せん断力, $\varepsilon = \kappa u_* h / 6$: 渦動粘性係数, κ : kármán 定数, u_* : 摩擦速度, C_f : 抵抗係数である. 河床変動計算は以下に示す流砂の連続式より算定する.

$$\text{流砂の連続式:} \quad \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) = 0 \quad (4)$$

ここに, λ は河床の空隙率, q_{bx}, q_{by} はそれぞれ x, y 方向の単位幅流砂量で, Meyer-Peter-Müller の式, 長谷川の式をそれぞれ用いて計算する.

3. 計算方法 流水の運動方程式の差分化に際し, 対流項には数値計算上の安定性のため一次精度の風上差分を, 水位の項には後進差分, 他の項は中央差分を用い離散化を行なった. また, 離散化方程式の解法には Patankar の提唱する SIMPLE 法²⁾を採用し流れの定常解を求めた. 河床変動の解析には, 時間差分に explicit 法を, 流下方向に後退差分, 横断方向に中央差分をそれぞれ用い行う. 各変数の計算点はスタガード格子を用いる. 計算は法政大学工学部水工実験室内の基礎実験水路(幅 1m 長さ 40m 高さ 0.8m の直線矩形断面, 可傾斜式水路上に平均粒径 0.072cm の砂を敷均した移動床実験水路)で過去行われた実験データを水理条件とし実行する²⁾(表-1). このとき観察された河床形態を写真 1 と写真 2 に示す. 計算領域は流下方向 40m 横断方向 1m の実験水路を格子点数 101 × 11 に分割し, 時間ステップ $\Delta t = 0.5 \text{sec}$ とし計算を行なった. 初期条件は河床に幅 10cm

表 1: 計算水理条件

長さ 40cm 高さ 0.1h (h : 水深) 砂の丘を微小擾乱とし水路片側に与え計算を始める. 境界条件は上流端で速度を, 下流端で水位を与え, 流砂量は等流状態の値を上流端で与えた.

実験 NO.	河床形態	流量	水深	水面勾配
8405	単列砂礫堆	6.1(l/s)	1.78(cm)	1/133
7642	複列砂礫堆	5.0(l/s)	1.58(cm)	1/89

4. 計算結果 図-1 は実験 8405 の計算開始 20 分後の流速ベクトルと河床高等高線図である。数値シミュレーションによる砂州の発達過程は、砂州は全区間に一様に生じてくるのではなく、微小擾乱部で形成された砂州の影響がその下流の全区間に伝わってゆき連鎖反応的に砂州の前縁が順次下流側に形成されていくという過程を進む。実験通水初期に観察される水路全体にわたって斜め縞模様が生じ、この中の数本が明確な前縁となって交互砂州へと発展していく過程とは異なる。図-2 は実験 8405 の計算開始 50 分後の流速ベクトルと河床高等高線図であり、砂州一波長分の計

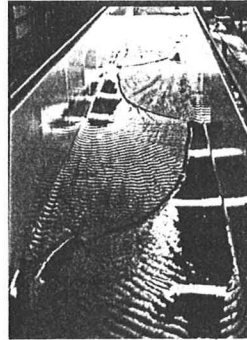


写真 1 単列砂礫堆

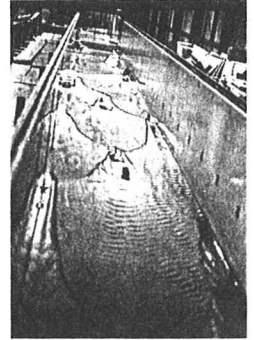
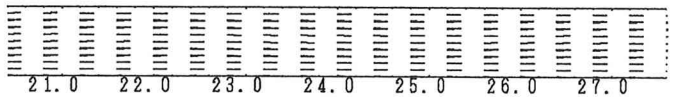
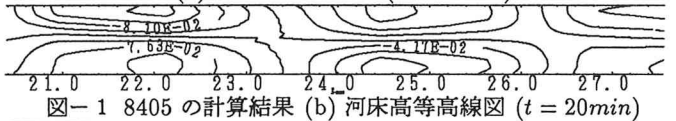
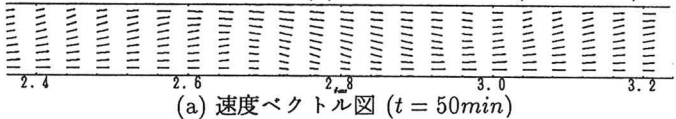
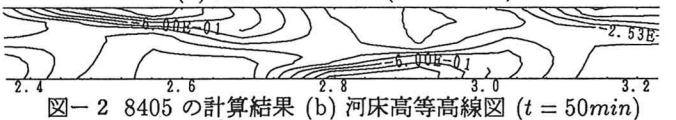
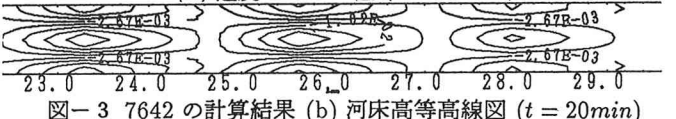


写真 2 複列砂礫堆

算結果である。図-2(b) の計算河床形態は左右交互に深掘れを形成し写真 1 に観られるような交互砂州の特徴をシミュレートしている。さらに、図-2(a) から流れは深掘れ部分へ集中し、この位置から流れは下流に向かって発散し流心を蛇行させ、交互砂州の流れの様相を表している。交互砂州は時間とともに下流へ移動し、上流への砂州の伝播は見られない。この場合河床形態は上流の影響を受け生じたものと考えられ、実験で観察されるような水路全体に砂州を発生させることはできなかった。図-3 は実験 7642 の計算開始 20 分後の河床位と速度ベクトルである。流況は水路内で 2 つの主流部がそれぞれ別々に蛇行し、写真 2 で観られるような複列砂州上の流れの状況を示している。この計算の場合も時間とともに砂州は移動する。次に図-4 は初期微小擾乱を水路中央に与えたときの実験 7642 の計算開始 20 分後の河床位と速度ベクトルである。この場合の流況は図-3 に比べはつきりと複列砂州上の流れの状況を示し、初期擾乱の与え方により幾分異った結果となる。擾乱の与える位置・大きさなどについては今後、検討が必要である。

5. おわりに 本数値シミュレーションモデルにより、中規模河床形態の特徴を十分に再現することができた。さらに、境界条件の与え方、初期微小擾乱が砂州発生に与える影響などを考察する必要がある。

参考文献 1) 清水康行・板倉忠興: 河川における 2 次元流れと河床変動の計算, 北海道開発局土木試験所報告, 第 85 号, pp.1-65, 1984. 2) 西谷隆亘・牧野立平: 河床波の分類と形成過程に関する実験的研究, 法政大学工学部研究集報, 第 22 号, pp.139-156, 1986. 3) Patankar, S.V.: *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Pub., 1980.

(a) 速度ベクトル図 ($t = 20\text{min}$)図-1 8405 の計算結果 (b) 河床高等高線図 ($t = 20\text{min}$)(a) 速度ベクトル図 ($t = 50\text{min}$)図-2 8405 の計算結果 (b) 河床高等高線図 ($t = 50\text{min}$)(a) 速度ベクトル図 ($t = 20\text{min}$)図-3 7642 の計算結果 (b) 河床高等高線図 ($t = 20\text{min}$)(a) 速度ベクトル図 ($t = 20\text{min}$)図-4 7642 の計算結果 (b) 河床高等高線図 ($t = 20\text{min}$)