

1. はじめに 河床波の安定解析に関する研究は古くより数多く行われ、発生機構については明らかにされているものの、砂堆、反砂堆(遡上反砂堆、流下反砂堆)の発生条件を統一的に説明できる明解な理論はない。例えば、ポテンシャル理論¹⁾では、都合の良い(物理機構にそぐわない)流砂の遅れ距離を導入しなければならなかったり、エネルギー損失を考慮した1次元流れの解析を用いた場合には、加速・減速域についてのせん断力補正²⁾を行わなければ、砂堆の発生を説明できないなどの改良の余地が残されていた。Engelund³⁾、Fredsoe⁴⁾は、2次元理論により河床波の発生を統一的に説明できるようにしているが、渦度方程式に基づく4階の常微分方程式を解くことになり、複雑すぎて流速分布を関数表示することは行われていないし、発生のメカニズムも陽にはわかりにくい。本研究では、河床波の発生を統一的に説明できる、できるだけ簡単な理論の展開を試みる。

2. 河床波上の流れの2次元解析 本研究では、一定渦動粘性係数の Shear Flow モデルで、固定境界における境界条件を線形(境界せん断応力がスリップ速度に比例)とした解析⁵⁾を行う。河床形状が

$$\eta = a \eta_1 = a \cos(\pi x - \phi) \cdots (1)$$

の微小擾乱上の流れを、等流の流速分布 $u_0(z)$ とそれからの変動量 $u_1(x, z)$ の和で表した摂動法により近似解を求める。ここに、 a は河床波の無次元振幅である。静水圧分布を仮定し(流速の鉛直成分を無視)、 a と $1/\beta$ (β : 半波長/等流水深)に関する高次の項を項を省略すると $u_1(x, z)$ に関する運動方程式は、

$$\frac{1}{\beta} u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} = - \frac{1}{\beta} \frac{1}{Fr^2} \frac{d\xi_1}{dx} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \cdots (2)$$

となり(ξ_1 : 水面変動量、 Fr : 等流のフルード数、 Re : 渦動粘性係数を用いたレイノルズ数で $15/\sqrt{Cf}$ 、 Cf : 摩擦係数)、境界条件は、

$$z=1 \text{ で; } \frac{\partial u_1}{\partial z} + \xi_1 \frac{d^2 u_0}{dz^2} = 0 \cdots (3)$$

$$z=0 \text{ で; } u_1 + \eta_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = \chi \left(\frac{\partial u_1}{\partial z} + \eta_1 \frac{d^2 u_0}{dz^2} \right) \cdots (4)$$

となる(u_0 および χ は文献5)を参照)。また u_1 についての連続式は、流速の鉛直成分を無視しているので、積分形で、

$$u_0(1)\xi_1 - u_0(0)\eta_1 + \int_0^1 u_1 dz = 0 \cdots (5)$$

となる。上式群は無次元化された式であり、流速については等流の平均流速、鉛直方向のスケールについては等流水深、水平方向のスケールについては河床波の半波長で無次元化されている。

式(1)から(5)を連立させて、 $u_1(x, z)$ 、 $\xi_1(x)$ を解くことになるが、式(2)の左辺第1項の u_0 が z の関数であるとき、解析解は著しく複雑となる。そこで、この式においてのみ、近似的に $u_0 = 1$ とする。このようにすると、式(2)、(3)から ξ_1 を消去し、 u_1 についての解の形が、

$$u_1 = [e^{rz}\{A\cos(rz)+B\sin(rz)\}+e^{-rz}\{C\cos(rz)+D\sin(rz)\}+E] \cos(\pi x - \phi) \\ + [e^{rz}\{B\cos(rz)-A\sin(rz)\}+e^{-rz}\{-D\cos(rz)+C\sin(rz)\}+F] \sin(\pi x - \phi) \cdots (6)$$

のように得られる。ここに、 $r = (15\pi/2\beta)^{1/2} Cf^{-1/4}$ である。6つの未知係数 A, B, C, D, E, F は運動方程式、境界条件式、連続式を用いて、6元連立1次方程式の解として与えられるが、ここではその1次方程式系の記述は省略する。水面変動量 ξ_1 は式(6)を式(3)に代入すれば得られる。

図-1に水面形と流速分布の計算例を示す。 $Fr \approx 1$ を境として水面形が大きく異なると予想されるので、 $Fr=0.6$ の場合と、 $Fr=1.2$ の場合とを比較して示した。 $Fr < 1$ で1付近の Fr を選ばなかったのは、この付近で水面形の変動がきわめて大きくなるからである。水面形状に着目すると、 $Fr < 1$ のとき河床形状と逆位相、 $Fr > 1$ のとき河床形状と同位相で、 Fr が小さいとき水面変動がほとんどないことなど、良く知られた特徴を忠実に表現する。流速分布形に着目すると、 $Fr > 1$ では水面形が同位相のため、流速の流下方向変化は小さく加速・減速の効果は流速分布形に現れないが、 $Fr < 1$ では加速・減速の効果

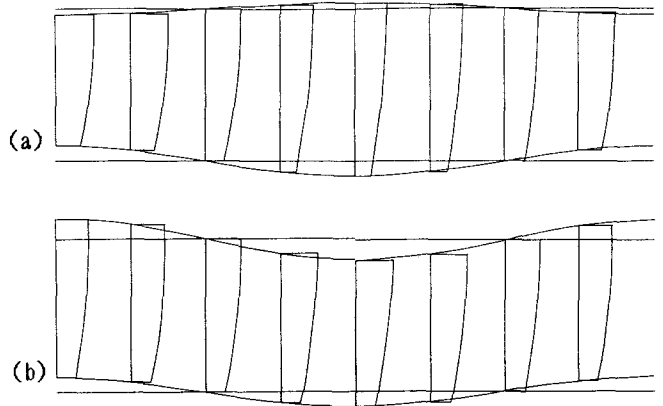


図-1 河床波状の流速分布 ($C_f=0.005, \beta=10, a=0.1$)

(a) $Fr=0.6$ (b) $Fr=1.2$

が流速分布形の変化となって現れている。すなわち、 $Fr < 1$ では加速域で流速が一様化し、減速域では底面付近の流速低減が著しくなっている。これは、椿ら²⁾が、1次元解析において用いたせん断力補正の仕方に定性的には一致する。従って、本解析から得られる底面せん断力分布の精度は比較的高いと推定される。

3. 河床波の発生領域 河床波の安定・不安定は流砂量の分布がわかれば、これを流砂の連続式に代入することにより、容易に判定できる。ここで、簡単のために流砂の非平衡性の影響を無視し、流砂量が底面流速 u_b (あるいは底面せん断応力) に対して、1価の増加関数であることを仮定すると、底面流速が

$$u_b = u_{b0} + a \{ u_{bc} \cos(\pi x - \phi) + u_{bs} \sin(\pi x - \phi) \} \quad \cdots(7)$$

で表されるとき、流砂の連続式と河床形状式(1)より、

$$u_{bs} < 0 \rightarrow \text{河床波の発生} \quad \left\{ \begin{array}{l} u_{bc} > 0 \rightarrow \text{上流に伝播} \\ u_{bc} < 0 \rightarrow \text{下流に伝播} \end{array} \right.$$

$$u_{bs} > 0 \rightarrow \text{非発生}$$

が河床波の伝播方向と発生・非発生の条件を示す式として得られる。前項の結果から、 u_b は線形化して

$$u_b = u_o(0) + \left. \frac{du_o}{dz} \right|_{z=0} a \eta_1 + a u_1(x, 0) \quad \cdots(8)$$

から求められる。

図-2はこのようにして得られた河床波の発生領域区分を示す。この図より、 Fr が1付近ではどのような河床波も発生せず(平坦)、 Fr が小さい領域で砂堆、 $Fr > 1$ では相対的に波長の長いものが上流に移動し、短いものが下流に移動する反砂堆となることがわかる。波長の短い領域(大まかに $\beta < 5$)では、流砂の非平衡性の影響が現れるので、非平衡流砂量式を用いた解析が必要であるが、波長の長い領域について河床波の発生条件を統一的に説明することができた。

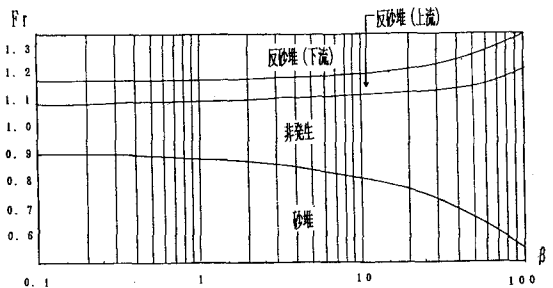


図-2 河床波の発生領域区分図 ($C_f=0.005$)

「参考文献」1) Kennedy, J. F. (JFM, Vol. 16, 1963.) 2) 椿・斉藤(九大工学集報, 1967.) 3) Engelund, F. (JFM, Vol. 42, 1970.) 4) Fredsoe, J. (JFM, Vol. 64, 1974.) 5) 山坂・池田・酒寄(土木学会論文集, No. 411, 1989.)