土木学会第47回年次学術講演会（平成４年９月）

II-22

河道の安定縦断形状について

北海道大学工学部　正員　黒木　幹男
北海道開発局　正員　岡部　和憲
北海道大学工学部　正員　板倉　忠興

１．はじめに

安定な河道縦断形状を知ることは、河川計画の基礎であり、これまでにも多くの試みがなされている[1]。

安定縦断形状を議論する上で、静的安定か、動的安定かという、立場の議論も必ずしも決着した訳ではないが、本研究では動的安定の立場から問題へアプローチする。

在来の研究では、未知量にたいして条件式不足で、方程式系を閉じることができなかった。最近、河岸侵食やそれを基にした安定横断形状の研究が行われるようになり、新たな条件式が提示されている。

本研究は、安定横断形状の研究成果をふまえて、新たな安定河床縦断形状の議論を展開するための基礎的な枠組みを検討したものである。

２．流砂の動的安定と平衡縦断形状の基礎式

動的に安定した河床では、流砂に関して式(１)が成立する。

$$\frac{\partial}{\partial x}(q_B B) = 0 \qquad \text{又は} \qquad q_B B = C_1 \tag{1}$$

$$\phi = \frac{q_B}{\sqrt{s g d^3}} = a_0\ (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \tag{2}$$

ここに、q_B ：単位幅・単位時間あたりの流砂量であり、式(２)のMeyer-Peter•Muller形の流砂量式で与えられるものとする。τ_* ：無次元河床セン断力、τ_{*c}：無次元限界セン断力、d ：河床砂礫の平均粒径、s ：河床砂礫の水中比重、a_0：定数。B ：川幅、x ：流下方向にはかった水平距離、C_1：定数。

池田ら[2]によると安定横断形状では、τ_* は縦断方向に変化せづ、式(３)が成立する。

$$\tau_* = \frac{h I_e}{s d} = C_2 \tag{3}$$

ここに、h ：水深、Ie：エネルギー勾配、C_2：定数。ただし、簡単のため一様砂に対する表式を用いる。

ついで、流れの抵抗の記述式が必要であるが、ここでは指数形の抵抗則を採用し、次式のように書く。

$$\frac{Q}{B h\sqrt{g h I_e}} = 6.9\left(\frac{h}{d}\right)^{1/6} \tag{4}$$

ただし、Q ：流量、g ：重力加速度。また、流れの運動式は式(４)で与えられる。

$$\frac{1}{2g}\frac{d}{dx}\left(\frac{Q}{Bh}\right)^2 + \frac{dh}{dx} = I_b - I_e \tag{5}$$

３．支配方程式の誘導

式(１－３)より、式(６)を、また式(２－４)より、式(７)をそれぞれ得る。

$$d^{3/2} B = C_1' \tag{6}$$

$$\frac{Q}{\sqrt{g I_e}\, B d^{3/2}} = 6.9\left(\frac{C_2 s}{I_e}\right)^{5/3} \tag{7}$$

この２式より、勾配を流量のみの関数として表すことができて、式(８)を得る。

$$I_e = \left[\frac{6.9\sqrt{g}\ (sC_2)^{5/3-m}\ C_1'}{Q} \right]^{\frac{6}{7}} = C_3\ Q^{-0.86} \tag{8}$$

エネルギー勾配Ｉｅが流量Ｑのベキ乗に比例するという、在来のレジーム理論に見られたような関係式が導かれた。レオポルドらが実河川で調査したベキの値は、-0.48 から -1.07 の範囲をとっており、式(８)と極めて類似している。しかしながら、式(８)は水理的な関係式のみから導かれている点が重要である。

また、式(５)からＢを消去すると次の式(９)を得る。

$$\frac{dh}{dx} - \frac{\frac{4}{7Q}\frac{dQ}{dx}}{1 + c_4 Q^{4/7}} h = \frac{c_4 Q^{4/7}}{1 + c_4 Q^{4/7}} (I_b - I_e) \tag{9}$$

4．流量分布と安定縦断形状

$I_e = I_b$の近似が許されるならば、流量Ｑの縦断分布が適当に与えられれば、式（８）を積分して、安定河床縦断形状を求めることができる。Ｑの分布は流域の特性を反映していろいろな分布形状が考えられようが、ここでは次の指数分布を仮定してみる。

$$Q = Q_0\ \exp\ (qx) \tag{10}$$

境界条件として、X=0 で Z=Z* および X=L で Z=0 を用いて、式(８)を積分すると次式を得る。

$$\frac{z}{z_*} = \frac{\exp(-a\xi) - \exp(-a)}{1 - \exp(-a)} \tag{11}$$

ただし、z_*；上流端の比高、Ｌ；流路長、$a = (6/7)\,qL$ 、$\xi = x/L$。

ａの値を変えて、式（１３）の分布形を描くと、図－１のようになる。ａの増大とともに、上流部では急勾配、下流部では緩勾配になる。

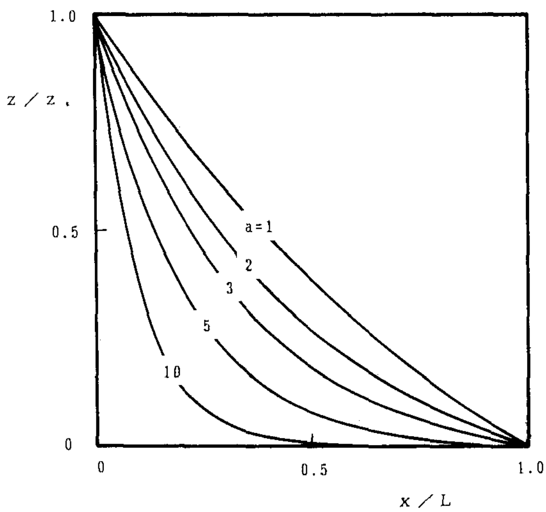

図-1　安定河床縦断形状

また、$I_e = I_b$の近似の範囲で式(９)を積分すると、水深の縦断変化は次式のように書ける。ただし、ｂは（$Q_0 / q_B B$）に比例する定数である。

$$\frac{h}{h_0} = \frac{(1+b)\ e^{ax}}{1+b\,e^{ax}} \tag{12}$$

さらに、式(３，５)より、平均粒径および川幅の縦断変化も容易に求める事ができる。

参考文献

1）高山茂美：河川地形、pp.184 - 193、共立出版、1974.6

2）池田駿介、G. Parker、千代田將明、木村善孝：直線礫床河川の動的安定横断形状とそのスケール、土木学会論文集、pp.117 - 126、No.375／Ⅱ-6、1986.11