

## II-21

## 蛇行河川における土砂のふるい分けに関する線形解析

早稲田大学理工学部 正会員 関根 正人

**はじめに** 蛇行河川内の流れが組織的かつ三次元的な構造を持つことはよく知られている。これに伴い、河床が混合粒径の砂礫で構成されている場合には、河床表層土砂および掃流砂の粒度も規則的・空間的な分布となっているのも事実である。例えば、河床の局所洗掘が生じる湾曲部外岸付近では、表層土砂は粗粒化する。また、その内岸側には、砂州が形成されるが、その部分の表層は細粒化する。こうした、流れによる土砂の再配分を「土砂のふるい分け (Sediment Sorting)」と呼ぶ。このふるい分けの機構については、非線形の支配方程式を直接数値解法することにより検討し、別報<sup>1)</sup>にて詳細に報告した。しかし、その計算には膨大な時間がかかることが問題である。そこで、本論では、線形化された支配方程式を解き、その近似解を求める簡易計算法を開発し、同時にその適用性について検討した。

**支配方程式の線形化** 本論では、曲線座標系を用い、 $\tilde{s}$  を流路中心軸に沿う座標、 $\tilde{n}$  を  $\tilde{s}$  と直交する横断方向座標、 $\tilde{z}$  を鉛直方向座標とする。現象を支配する方程式は、以下の通りである。流れ場を支配する方程式は、連続式と運動量式である。ここでは、解析の簡便化のため、主流速の鉛直分布を表わす相似関数  $T(\xi)$  を導入することにし、各方向への流速成分  $(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}) = T \times (\bar{u}, \bar{v}, 0) + (0, \tilde{v}, \tilde{w})$  で定義することにする。従って、水深平均流速  $\bar{u}$  および  $\bar{v}$  は、水深平均の支配方程式を解き、それよりの偏差である二次流成分  $\tilde{v}$  および  $\tilde{w}$  は、局所的に見た支配方程式を解くことにより求め、両者の間の相互作用についても同時に考慮する。また、土砂の連続条件は、全粒径に対して考えるだけでなく、各粒径範囲  $i$  毎に保存則が成り立つようにする。以上の方程式を線形化するに当たっては、変数を式(1)のように無次元化した後、無次元曲率  $\Psi$  ( $= \tilde{B}_0 / \tilde{r}_{min}$ ;  $\tilde{B}_0$  = 流路半幅,  $\tilde{r}_{min}$  = 最小曲率半径) のまわりに摂動展開した。式(1)中の  $\eta, h$  は河床高及び水深を、 $\tilde{p}_0, \bar{p}_0$  は圧力の静水圧分布からのずれ及びその水深平均量を表わす。また、 $\tau_i$  は底面せん断力の流下方向成分を、 $\tilde{q}_{si}, \tilde{q}_{ni}$  は掃流砂量ベクトルの両方向成分のうち  $i$  番目の粒径範囲の土砂に対するものを、それぞれ表わしている。また、0 次のオーダーの変数は、それぞれ曲率の影響を受けない Base の値であるが、ここでは、対象とする河川区間にわたっての平均量とする。本研究では、式(2)のように  $\Psi$  の一次のオーダーで、展開を打ち切り、線形一次解を求めることにする。0 (1) のオーダーの支配方程式は式(3)で、また、0 ( $\Psi$ ) の式は、式(4), (5), (6)でそれぞれ表わされる。式(4)は水深平均の流れ場を、式(5)は二次流を支配し、式(6)は土砂の連続条件を表わしている。なお、本研究では、土砂の移動として掃流砂のみを考えるものとする。

**線形解の実河川への適用** 線形近似解の実現象への適合性を調べるため、ここでは、Dietrich and Smith<sup>2)</sup> による Muddy Creek における実測値との比較を試みる。詳細な河道特性量及び水理量については、原論文を参照されたい。計算結果を実測結果との比較の形で FIG. 1 に示す。図には、順に、断面平均した主流速分布  $\bar{u}$ 、水深  $\bar{h}$ 、掃流砂の平均粒径  $D_{50}$  の分布を示しており、右下の数字は現地観測の際に付けられた断面番号である。FIG. 1 より、線形解が非線形解の良い近似となり、実測値とも比較的良く一致することがわかる。

**おわりに** 本研究で開発した簡易計算法によれば、得られた線形近似解が、支配方程式の忠実な数値解である非線形解と同様に、精度良く実河川の現象を予測できることがわかった。

**謝辞** 本研究の大半は、筆者がミネソタ大学滞在中になされたものであり、その取りまとめは、科学技術庁の科学技術特別研究員として建設省土木研究所在職中に行なわれた。ミネソタ大学の Gary Parker 教授、ならびに、土木研究所の山本晃一氏をはじめとした関係者に対し、ここに記して謝意を表します。

**参考文献** 1) 関根正人：蛇行河川における土砂のふるい分け、土木学会論文集、1992 (投稿予定)、

2) Dietrich and Smith: Bedload Transport in a River Meander, WRR, AGU, 1984.

$$\begin{aligned} (s, n, z, t) &= \left( \frac{\tilde{s}}{B_0}, \frac{\tilde{n}}{B_0}, \frac{\tilde{z}}{h_0}, \frac{\tilde{t}U_0}{h_0} \right), (\eta, h) = \left( \frac{\tilde{\eta}}{h_0}, \frac{\tilde{h}}{h_0} \right) \\ (u, v, w) &= \left( \frac{\tilde{u}}{U_0}, \frac{\tilde{v}}{U_0}, \frac{\tilde{w}}{U_0} \right), (\tau_s, \hat{p}_e, p_e) = \left( \frac{\tilde{\tau}_s}{\rho U_0}, \frac{\tilde{p}_e}{\rho g h_0}, \frac{\tilde{p}_e}{\rho g h_0} \right) \\ (q_{si}, q_{ni}, q_{smo}) &= \left( \frac{\tilde{q}_{si}}{q_{smo}}, \frac{\tilde{q}_{ni}}{q_{smo}}, \frac{\tilde{q}_{smo}}{\sqrt{R g D_{mo}^3}} \right) \\ (C, r_a, F_r, R_{ei}) &= \left( \tilde{C}, \tilde{B}, \frac{\tilde{h}_a}{B_0}, \frac{\tilde{U}_0}{\sqrt{g h_0}}, \frac{\tilde{U}_0 h_a}{v_t} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{L^*}{F_r^2} - \frac{C_{fo}}{r_a} u_0^2 + \frac{r_a}{R_{ei}} \frac{\partial^2 u_0}{\partial n^2} = 0 \quad (3)$$

$$q_{soi} = 11.2 \times (\tau_{mo}^*)^{3/2} \left[ 1 - H_i \frac{\tau_{mo}^*}{\tau_{mo}^*} \right]^{9/2}$$

$$\begin{aligned} \overline{T}^2 \cdot \left( u_0 \cdot \frac{\partial u_1}{\partial s} + v_1 \cdot \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( u_0 \cdot \overline{T v_1} \right) \\ = - \frac{1}{F_r^2} \cdot \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial s} + \frac{\partial h_1}{\partial s} + \frac{\partial p_{e1}}{\partial s} \right) \\ + \frac{r_a}{R_{ei}} \cdot \left[ \frac{\partial^2 u_1}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial n^2} + \frac{\partial}{\partial n} \left( h_1 \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) \right] \\ - \frac{C_{fo}}{r_a} \cdot \left\{ 2 u_0 u_1 - (5 \sqrt{C_{fo}} + 1) u_0^2 h_1 + n \sigma \right\} \\ \overline{T}^2 \cdot u_0 \cdot \frac{\partial v_1}{\partial s} + u_0 \cdot \frac{\partial \overline{T v_1}}{\partial s} - \sigma \cdot u_0^2 \\ = - \frac{1}{F_r^2} \cdot \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial n} + \frac{\partial h_1}{\partial n} + \frac{\partial p_{e1}}{\partial n} \right) \\ + \frac{r_a}{R_{ei}} \cdot \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial n^2} \right) - \frac{1}{r_a \cdot R_{ei}} \cdot [\dot{T}(0) v_1 + \dot{v}(0)] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial s} + u_0 \frac{\partial h_1}{\partial s} + \frac{\partial v_1}{\partial n} = 0$$

$$\begin{aligned} (u, v, w) &= (u_0, 0, 0, 0) + \Psi_0 \cdot (u_1, v_1, w_1) \\ (h, \eta, \hat{p}_e, p_e) &= (1, \eta_r - T^* \cdot s, 0, 0) + \Psi_0 \cdot (h_1, \eta_1, \hat{p}_{e1}, p_{e1}) \\ (q_{si}, q_{ni}) &= q_{soi} \times [(1, 0) + \Psi_0 \cdot (q_{si1}, q_{ni1})] \\ (p_i, F_i, f_i) &= p_{oi} \times (1, 1, 1) + \Psi_0 \cdot (p_{i1}, F_{i1}, f_{i1}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} T^2 \cdot \left( u_0 \cdot \frac{\partial v_1}{\partial s} - \sigma \cdot u_0^2 \right) + T \cdot u_0 \cdot \frac{\partial v_1}{\partial s} \\ = - \frac{1}{F_r^2} \cdot \left( \frac{\partial \eta_1}{\partial n} + \frac{\partial h_1}{\partial n} + \frac{\partial p_{e1}}{\partial n} \right) + \frac{1}{R_{ei} \cdot r_a} \cdot (\overline{T v_1} + \dot{v}_1) \\ + \frac{r_a}{R_{ei}} \cdot \left[ T \cdot \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial n^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial n^2} \right) \right] \\ T \cdot u_0 \cdot \frac{\partial w_1}{\partial s} = - \frac{1}{r_a \cdot F_r} \cdot \frac{\partial \hat{p}_{e1}}{\partial \zeta} + \frac{1}{R_{ei} \cdot r_a} \cdot \frac{\partial^2 w_1}{\partial \zeta^2} \\ + \frac{r_a}{R_{ei}} \cdot \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial n^2} \right) \\ T \cdot \frac{\partial u_1}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} (T v_1 + v_1) + \frac{1}{r_a} \cdot \frac{\partial w_1}{\partial \zeta} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$L_{\sigma\sigma} \frac{\partial p_{li}}{\partial t} = - \Gamma_i + p_{oi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_i \cdot d\psi$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} = - \frac{\partial L_{\sigma 1}}{\partial t} + \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_i \cdot d\psi$$

$$\Gamma_i = p_{oi} \left[ \frac{\partial q_{s1i}}{\partial s} + \frac{\partial q_{n1i}}{\partial n} \right] + q_{soi} \frac{\partial p_{li}}{\partial s}$$

$$q_{s1i} = \frac{3}{2} \left[ 1 - \frac{3}{1 - \chi_i} \right] \times \tau_i$$

$$q_{n1i} = \left\{ v_i + \frac{v_i(0)}{T(0)} \right\} - r_a \cdot \beta_{oi} \cdot \frac{\partial \eta_1}{\partial n}$$

$$\tau_i = 2 \cdot u_i - 5 \cdot \sqrt{C_{fo}} \cdot h_i$$

$$\beta_{oi} = \beta^* \cdot (\tau_{mo}^* / \tau_{mo}^*)^m; \tau_{mo}^* = \tau_o / (\rho R g D_{mo}) \quad (6)$$

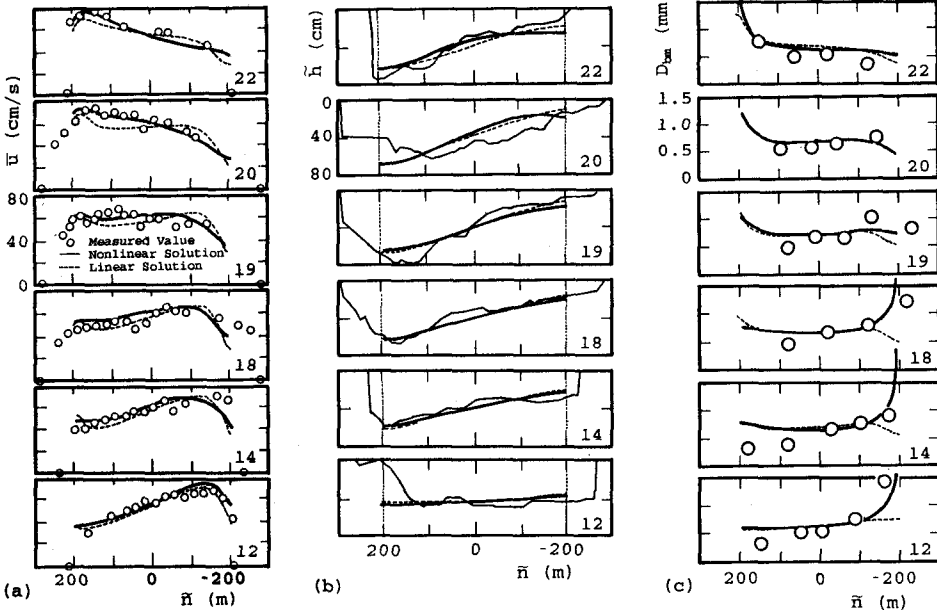


FIG. 1